**Wymagania edukacyjne z matematyki dla klas technikum po szkole podstawowej**

**Wymagania edukacyjne**

**Przedmiot: matematyka – technikum po SP – klasa 1 – zakres podstawowy i rozszerzony**

|  |  |
| --- | --- |
| **Wymagania podstawowe.** **Uczeń:** | **Wymagania ponadpodstawowe.** **Uczeń:** |
| **Pogrubieniem** oznaczono wymagania, które wykraczają poza podstawę programową. |
| **1. LICZBY RZECZYWISTE** |
| * podaje przykłady liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych oraz przyporządkowuje liczbę do odpowiedniego zbioru liczb
* rozkłada liczby naturalne na czynniki pierwsze (proste przypadki)
* rozróżnia liczby pierwsze i liczby złożone
* stosuje cechy podzielności liczb
* podaje dzielniki danej liczby naturalnej
* znajduje największy wspólny dzielnik i najmniejszą wspólną wielokrotność liczb
* porównuje liczby wymierne
* podaje przykład liczby wymiernej zawartej między dwiema danymi liczbami oraz przykłady liczb niewymiernych
* zaznacza na osi liczbowej daną liczbę wymierną, odczytuje z osi liczbowej współrzędne danego punktu
* przedstawia liczby wymierne w różnych postaciach
* wyznacza przybliżenia dziesiętne danej liczby rzeczywistej z zadaną dokładnością (również przy użyciu kalkulatora) oraz oblicza błąd przybliżenia
* wyznacza rozwinięcie dziesiętne ułamków zwykłych, zamienia ułamki dziesiętne o skończonym rozwinięciu dziesiętnym na ułamki zwykłe
* wykonuje proste działania w zbiorach liczb: całkowitych, wymiernych i rzeczywistych
* oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia z liczby nieujemnej oraz wartość pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej
* wyłącza czynnik przed znak pierwiastka kwadratowego
* wykonuje działania na pierwiastkach tego samego stopnia, stosując odpowiednie twierdzenia
* usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu $\frac{1}{\sqrt{a}}$
* przekształca i oblicza wartości wyrażeń zawierających pierwiastki kwadratowe (proste przypadki)
* szacuje wartości liczb niewymiernych
* zapisuje i odczytuje liczbę w notacji wykładniczej
* oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych
* zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym
* zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie
* upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (proste przypadki)
* porównuje liczby przedstawione w postaci potęg (proste przypadki)
* stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń
* wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu (proste przypadki)
* interpretuje pojęcia procentu i punktu procentowego
* oblicza procent danej liczby
* oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba
* wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent
* posługuje się procentami w rozwiązywaniu prostych zadań praktycznych
 | * stosuje ogólny zapis liczb naturalnych: parzystych, nieparzystych, podzielnych przez 3 itp.
* przedstawia liczbę naturalną w postaci iloczynu liczb pierwszych (trudniejsze przypadki)
* wykorzystuje dzielenie z resztą do przedstawienia liczby naturalnej w postaci *a ∙ k + r*
* konstruuje odcinki o długościach niewymiernych
* wykonuje działania łączne na liczbach rzeczywistych (trudniejsze przypadki)
* zamienia ułamek dziesiętny okresowy na ułamek zwykły
* porównuje pierwiastki bez użycia kalkulatora
* wyznacza wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki, stosując prawa działań na pierwiastkach
* wyłącza czynnik przed znak pierwiastka dowolnego stopnia, włącza czynnik pod znak pierwiastka dowolnego stopnia
* usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu $\sqrt[3]{a}$
* upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (trudniejsze przypadki)
* porównuje liczby przedstawione w postaci potęg (trudniejsze przypadki)
* stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadnienia równości wyrażeń
* oblicza, o ile procent jedna liczba jest większa (mniejsza) od drugiej
* rozwiązuje złożone zadania tekstowe, wykorzystując obliczenia procentowe

Na ocenę celującą dodatkowo:* przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb
* udowadnia prawa działań na potęgach o wykładnikach naturalnych (całkowitych)
* dowodzi niewymierności niektórych liczb, np.
* dowodzi, że suma (iloczyn) liczby wymiernej i niewymiernej jest liczbą niewymierną
* rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące liczb rzeczywistych
 |
| **2. JĘZYK MATEMATYKI** |
| * **posługuje się pojęciami: zbiór, podzbiór, zbiór skończony, zbiór nieskończony**
* opisuje symbolicznie dane zbiory
* wymienia elementy danego zbioru oraz elementy do niego nienależące
* **posługuje się pojęciem iloczynu, sumy oraz różnicy zbiorów**
* zaznacza na osi liczbowej przedziały liczbowe
* wyznacza przedział opisany podanymi nierównościami
* **wyznacza iloczyn, sumę i różnicę przedziałów liczbowych oraz zaznacza je na osi liczbowej**
* rozwiązuje proste nierówności liniowe, sprawdza, czy dana liczba spełnia daną nierówność
* zaznacza na osi liczbowej zbiór rozwiązań nierówności liniowej
* zapisuje zbiory w postaci przedziałów liczbowych,

np. *A* = {*x* ∈ **R**: *x* ≥ –4 ∧ *x* < 1} = <–4; 1)* wyłącza wskazany jednomian przed nawias w sumie algebraicznej
* mnoży sumy algebraiczne przez siebie oraz redukuje wyrazy podobne w otrzymanej sumie
* zapisuje związki między wielkościami za pomocą wyrażeń algebraicznych w prostych przypadkach
* stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych w prostych przypadkach
* stosuje przekształcenia wyrażeń algebraicznych do rozwiązywania prostych równań i nierówności
* oblicza wartość bezwzględną liczby rzeczywistej
* stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania elementarnych równań i nierówności typu
* stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania równań i nierówności typu ,
 | * wyznacza iloczyn, sumę i różnicę danych zbiorów oraz dopełnienie zbioru
* zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających układ nierówności liniowych z jedną niewiadomą
* **wykonuje złożone działania na przedziałach liczbowych**
* zapisuje związki między wielkościami za pomocą wyrażeń algebraicznych
* przeprowadza dowody, stosując działania na wyrażeniach algebraicznych
* stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych
* stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach
* usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu
* stosuje przekształcenia algebraiczne do rozwiązywania równań i nierówności (trudniejsze przypadki)
* stosuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym
* upraszcza wyrażenia algebraiczne, korzystając z własności wartości bezwzględnej
* wyznacza przedziały liczbowe określone za pomocą wartości bezwzględnej
* wykorzystuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności z wartością bezwzględną typu
* zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów, których współrzędne spełniają warunki zapisane za pomocą wartości bezwzględnej
* wyprowadza wzory skróconego mnożenia

Na ocenę celującą dodatkowo:* **formułuje i sprawdza hipotezy dotyczące praw działań na zbiorach\***
* dowodzi podzielności liczb w trudniejszych przypadkach
* stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń
* rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące zbiorów i własności wartości bezwzględnej
 |
| **3. UKŁADY RÓWNAŃ** |
| * podaje przykładowe rozwiązania równania liniowego z dwiema niewiadomymi
* sprawdza, czy podana para liczb spełnia dany układ równań
* do danego równania dopisuje drugie równanie tak, aby rozwiązaniem była dana para liczb
* wyznacza wskazaną zmienną z danego równania liniowego
* rozwiązuje układy równań metodą podstawiania (proste przypadki)
* określa, ile rozwiązań ma dany układ równań w prostych przypadkach
* rozwiązuje układy równań metodą przeciwnych współczynników w prostych przypadkach
* stosuje układy równań liniowych do rozwiązywania prostych zadań tekstowych
 | * zapisuje w postaci układu równań podane informacje tekstowe
* dobiera współczynniki liczbowe w układzie równań tak, aby dana para liczb była jego rozwiązaniem
* określa, ile rozwiązań ma dany układ równań
* dopisuje drugie równanie tak, aby układ był sprzeczny, oznaczony, nieoznaczony
* rozwiązuje układy równań w trudniejszych przypadkach, stosując przekształcenia algebraiczne i wzory skróconego mnożenia
* zapisuje rozwiązanie układu nieoznaczonego
* stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych, w tym zadań dotyczących prędkości oraz wielkości podanych za pomocą procentów: stężeń roztworów i lokat bankowych

Na ocenę celującą dodatkowo:* rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące układów równań, np. układy równań z trzema niewiadomymi, układy równań z parametrem
* stosuje układy równań w trudniejszych zadaniach tekstowych
 |
| **4. FUNKCJE** |
| * rozpoznaje przyporządkowania będące funkcjami
* określa funkcję różnymi sposobami (grafem, wzorem, tabelą, wykresem, opisem słownym)
* poprawnie stosuje pojęcia związane z pojęciem funkcji: dziedzina, zbiór wartości, argument, miejsce zerowe, wartość i wykres funkcji
* odczytuje z wykresu dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, najmniejszą i największą wartość funkcji (w przypadku nieskomplikowanego wykresu)
* odczytuje z wykresu wartość funkcji dla danego argumentu oraz argument dla danej wartości funkcji
* na podstawie nieskomplikowanego wykresu funkcji określa argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne
* określa na podstawie wykresu przedziały monotoniczności funkcji
* wskazuje wykresy funkcji rosnących, malejących i stałych wśród różnych wykresów
* wyznacza dziedzinę funkcji określonej tabelą lub opisem słownym
* oblicza wartość funkcji dla różnych argumentów na podstawie wzoru funkcji
* odczytuje argument odpowiadający podanej wartości funkcji (w prostych przypadkach)
* sprawdza algebraicznie położenie punktu o danych współrzędnych względem wykresu funkcji danej wzorem
* wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji danej wzorem z osiami układu współrzędnych (w prostych przypadkach)
* rysuje w prostych przypadkach wykres funkcji danej wzorem
* posługuje się pojęciem wektora i wektora przeciwnego
* oblicza współrzędne wektora
* sporządza wykresy funkcji: , , , $y=-f\left(x\right)$, na podstawie danego wykresu funkcji
* sporządza wykres funkcji: , jeśli ma dany wykres funkcji  (proste przypadki)
* stosuje funkcje i ich własności w prostych sytuacjach praktycznych
* wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne
* stosuje zależność między wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi do rozwiązywania prostych zadań
* wyznacza współczynnik proporcjonalności
* podaje wzór proporcjonalności odwrotnej, jeśli zna współrzędne punktu należącego do wykresu
* szkicuje wykres funkcji $f\left(x\right)=\frac{a}{x}$ dla danego *a* > 0 i *x* > 0
 | * rozpoznaje i opisuje zależności funkcyjne w sytuacjach praktycznych
* przedstawia daną funkcję na różne sposoby w trudniejszych przykładach
* na podstawie wykresu funkcji określa liczbę rozwiązań równania *f*(*x*) = *m* dla ustalonej wartości *m*
* na podstawie wykresu funkcji odczytuje zbiory rozwiązań nierówności:  dla ustalonej wartości *m*
* odczytuje z wykresów funkcji rozwiązania równań i nierówności typu: *f*(*x*) = *g*(*x*), *f*(*x*)<*g*(*x*), *f*(*x*)>*g*(*x*)
* szkicuje wykres funkcji spełniającej podane warunki oraz określonej różnymi wzorami w różnych przedziałach
* wyznacza współrzędne początku lub końca wektora, jeśli ma dane współrzędne wektora i jednego z punktów
* znajduje obraz figury w przesunięciu o dany wektor
* zapisuje wzór funkcji, której wykres otrzymano w wyniku przesunięcia o dany wektor
* szkicuje wykres funkcji będący efektem wykonania kilku operacji, jeśli ma dany wykres funkcji
* sporządza wykres funkcji: $y=f(\left|x\right|)$, jeśli ma dany wykres funkcji
* stosuje funkcje i ich własności sytuacjach praktycznych, w tym proporcjonalność odwrotną, do rozwiązywania zadań dotyczących drogi, prędkości i czasu

Na ocenę celującą dodatkowo:* na podstawie definicji bada monotoniczność funkcji danej wzorem
* udowadnia, że funkcja np. nie jest monotoniczna w swojej dziedzinie
* rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji
 |

**Przedmiot: matematyka – technikum po SP – klasa 2 – zakres podstawowy i rozszerzony**

|  |  |
| --- | --- |
| **Wymagania podstawowe.** **Uczeń:** | **Wymagania ponadpodstawowe.** **Uczeń:** |
| **Pogrubieniem** oznaczono wymagania, które wykraczają poza podstawę programową. |
| **1. FUNKCJA LINIOWA** |
| * rozpoznaje funkcję liniową na podstawie wzoru lub wykresu
* rysuje wykres funkcji liniowej danej wzorem
* oblicza wartość funkcji liniowej dla danego argumentu
* wyznacza miejsce zerowe funkcji liniowej
* oblicza współczynnik kierunkowy prostej, jeśli ma dane współrzędne dwóch punktów należących do tej prostej
* interpretuje współczynniki ze wzoru funkcji liniowej
* wyznacza algebraicznie oraz odczytuje z wykresu funkcji liniowej zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne
* rozpoznaje wielkości wprost i odwrotnie proporcjonalne
* odczytuje z wykresu funkcji liniowej jej własności: dziedzinę, zbiór wartości, miejsce zerowe, monotoniczność
* wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dane dwa punkty
* wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji liniowej z osiami układu współrzędnych
* sprawdza algebraicznie i graficznie, czy dany punkt należy do wykresu funkcji liniowej
* przekształca równanie ogólne prostej do postaci kierunkowej i odwrotnie
* sprawdza, czy dane trzy punkty są współliniowe
* stosuje warunek równoległości i prostopadłości prostych
* wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej
* wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest prostopadły do wykresu danej funkcji liniowej
* rozwiązuje układ równań metodą algebraiczną i metodą graficzną
* określa liczbę rozwiązań układu równań liniowych, korzystając z jego interpretacji geometrycznej
 | * sprawdza, dla jakich wartości parametru funkcja liniowa jest rosnąca, malejąca, stała
* oblicza pole figury ograniczonej wykresami funkcji liniowych oraz osiami układu współrzędnych
* sprawdza, dla jakich wartości parametru dwie proste są równoległe, prostopadłe
* znajduje współrzędne wierzchołków wielokąta, gdy dane są równania prostych zawierających jego boki
* rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi
* **opisuje za pomocą układu nierówności liniowych zbiór punktów przedstawionych w układzie współrzędnych**
* rozwiązuje równania i nierówności liniowe z parametrem
* stosuje własności funkcji liniowej do rozwiązywania zadań tekstowych osadzonych w kontekście praktycznym
* analizuje własności funkcji liniowej

Na ocenę celującą dodatkowo:* określa własności funkcji liniowej w zależności od wartości parametrów występujących w jej wzorze
* wykorzystuje własności funkcji liniowej w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych
* rozwiązuje układ równań z parametrem
* rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji liniowej
* wyprowadza równanie prostej o danym współczynniku kierunkowym przechodzącej przez dany punkt
* udowadnia warunek prostopadłości prostych o danych równaniach kierunkowych
 |
|  |
| **2. PLANIMETRIA** |
| * rozróżnia trójkąty: ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne
* stosuje twierdzenie o sumie miar kątów w trójkącie w prostych przypadkach
* sprawdza, czy z trzech odcinków o danych długościach można zbudować trójkąt
* udowadnia przystawanie trójkątów, wykorzystując cechy przystawania (proste przypadki)
* wykorzystuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania prostych zadań
* udowadnia podobieństwo trójkątów, wykorzystując cechy podobieństwa (proste przypadki)
* zapisuje proporcje boków w trójkątach podobnych
* wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania elementarnych zadań
* sprawdza, czy dane figury są podobne
* oblicza długości boków figur podobnych
* stosuje w prostych zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych
* wskazuje w wielokątach odcinki proporcjonalne
* rozwiązuje proste zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa
* udowadnia równoległość prostych stosując twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa
* stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie w prostych przypadkach
 | * przeprowadza dowód twierdzenia o sumie miar kątów w trójkącie
* stosuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania trudniejszych zadań geometrycznych
* wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania praktycznych problemów i trudniejszych zadań geometrycznych
* rozwiązuje zadania dotyczące podobieństwa wielokątów
* rozwiązuje zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa
* stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie do rozwiązywania zadań

Na ocenę celującą dodatkowo:* przeprowadza dowód twierdzenia Talesa
* przeprowadza dowód twierdzenia o dwusiecznej kąta w trójkącie
* rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia z zastosowaniem twierdzenia Talesa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Talesa
* stosuje własności podobieństwa figur podczas rozwiązywania zadań problemowych oraz zadań wymagających przeprowadzenia dowodu
* stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie w zadaniach wymagających przeprowadzenia dowodu
* rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące przystawania i podobieństwa figur
 |
| **3. FUNKCJA KWADRATOWA** |
| * szkicuje wykres funkcji i podaje jej własności
* sprawdza algebraicznie, czy dany punkt należy do wykresu danej funkcji kwadratowej
* szkicuje wykres funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej i podaje jej własności
* ustala wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej na podstawie informacji o przesunięciach wykresu funkcji
* przekształca wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do postaci ogólnej i odwrotnie
* oblicza wyróżnik trójmianu kwadratowego
* oblicza współrzędne wierzchołka paraboli, podaje równanie jej osi symetrii
* znajduje brakujące współczynniki funkcji kwadratowej, jeśli zna współrzędne punktów należących do jej wykresu
* rozwiązuje równania kwadratowe niepełne metodą rozkładu na czynniki oraz stosując wzory skróconego mnożenia
* określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego w zależności od znaku wyróżnika
* rozwiązuje równania kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki
* wyznacza algebraicznie współrzędne punktów przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych
* przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej, o ile taka postać istnieje
* odczytuje miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej
* rozwiązuje nierówności kwadratowe
* rysuje wykres funkcji *y* = |*f*(*x*)|, gdy dany jest wykres funkcji kwadratowej *y* = *f*(*x*)
 | * szkicuje wykres funkcji kwadratowej i podaje jej własności
* znajduje współczynniki funkcji kwadratowej, jeśli zna współrzędne punktów należących do jej wykresu
* znajduje współczynniki funkcji kwadratowej na podstawie informacji o jej własnościach, np. zbiorze wartości, maksymalnych przedziałach monotoniczności
* rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną
* **znajduje iloczyn, sumę, różnicę zbiorów rozwiązań nierówności kwadratowych**
* szkicuje wykres funkcji, który jest efektem wykonania dwóch przekształceń wykresu funkcji kwadratowej

Na ocenę celującą dodatkowo:* przekształca na ogólnych danych wzór funkcji kwadratowej z postaci ogólnej do postaci kanonicznej
* wyprowadza wzory na współrzędne wierzchołka paraboli
* wyprowadza wzory na pierwiastki równania kwadratowego
* szkicuje wykres funkcji, który jest efektem wykonania więcej niż dwóch przekształceń wykresu funkcji kwadratowej
* rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej
 |
| **4. WIELOMIANY** |
| * podaje przykład wielomianu, określa jego stopień i podaje wartości jego współczynników
* zapisuje wielomian w sposób uporządkowany
* oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu
* wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień
* szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego
* określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia
* podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów, bez wykonywania mnożenia wielomianów
* stosuje wzory na sześcian sumy lub różnicy oraz wzory na sumę i różnicę sześcianów
* rozkłada wielomian na czynniki, stosując metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias
* rozwiązuje proste równania wielomianowe
* wyznacza punkty przecięcia wykresu wielomianu i prostej w prostych przypadkach
* dzieli wielomian przez dwumian $x-a$
* sprawdza poprawność wykonanego dzielenia
* zapisuje wielomian w postaci $w(x)=p(x)q(x)+r$
* wyznacza wartość parametru tak, aby dane wielomiany były równe w prostych przypadkach
* sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian $x-a$ bez wykonywania dzielenia
* sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu, i wyznacza pozostałe pierwiastki
* określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi lub wymiernymi wielomianu o współczynnikach całkowitych
* rozwiązuje równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzeń o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu w prostych przypadkach
* wyznacza pierwiastki wielomianu i podaje ich krotność, gdy dany jest wielomian w postaci iloczynowej
* znając stopień wielomianu i jego pierwiastek, bada, czy wielomian ma inne pierwiastki, oraz określa ich krotność
* szkicuje wykres wielomianu, gdy dana jest jego postać iloczynowa
* dobiera wzór wielomianu do szkicu wykresu
* rozwiązuje nierówności wielomianowe, korzystając ze szkicu wykresu lub wykorzystując postać iloczynową wielomianu
* opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu, wyznacza dziedzinę i rozwiązuje zadanie tekstowe w prostych przypadkach
* oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów
 | * wyznacza współczynniki wielomianu spełniającego dane warunki
* określa stopień wielomianu w zależności od parametru
* oblicza sumę współczynników wielomianu
* stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów; określa stopień wielomianu wielu zmiennych
* wykonuje działania na wielomianach w trudniejszych przypadkach
* stosuje wzory $a^{n}-1=\left(a-1\right)\left(a^{n-1}+…+1\right)$

oraz $a^{n}-b^{n}=\left(a-b\right)\left(a^{n-1}+a^{n-2}⋅b+…+a⋅b^{n-2}+b^{n-1}\right)$* stosuje wzory $a^{3}\pm b^{3}$ do usuwania niewymierności z mianownika
* rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia
* stosuje rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach różnych typów
* rozkłada dany wielomian na czynniki, stosując metodę podaną w przykładzie
* dzieli wielomian przez inny wielomian i zapisuje go w postaci $w(x)=p(x)q(x)+r(x)$
* sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian $(x-p)(x-q)$ bez wykonywania dzielenia
* dzieli wielomian przez dwumian $x-a$, stosując schemat Hornera
* wyznacza resztę z dzielenia wielomianu, gdy podane są określone warunki
* rozwiązuje równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzeń o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu w trudniejszych przypadkach
* rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych
* rozwiązuje równania wielomianowe metodą grupowania wyrazów i wyłączając wspólny czynnik przed nawias w trudniejszych przypadkach
* szkicuje wykres wielomianu po wyznaczeniu jego pierwiastków
* stosuje nierówności wielomianowe do wyznaczania dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastków
* wykonuje działania na zbiorach określonych nierównościami wielomianowymi
* rozwiązuje zadania z parametrem, korzystając z równań i nierówności wielomianowych
* opisuje za pomocą wielomianu objętość lub pole powierzchni bryły oraz określa dziedzinę powstałej w ten sposób funkcji; wykorzystuje równania wielomianowe w zadaniach dotyczących związków miarowych w prostopadłościanach

Na ocenę celującą dodatkowo:* stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń
* rozwiązuje zadania z parametrem o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące wyznaczania reszty z dzielenia wielomianu przez np. wielomian stopnia drugiego
* stosuje równania i nierówności wielomianowe do rozwiązywania zadań praktycznych o podwyższonym stopniu trudności
* przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących wielomianów, np. twierdzenia Bézouta, twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu
* przeprowadza dowód twierdzenia o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci *x – a* (algorytm Hornera) w szczególnym przypadku
 |
| **5. FUNKCJE WYMIERNE** |
| * szkicuje wykres funkcji $f(x)=\frac{a}{x}$ (w prostych przypadkach także w podanym zbiorze), gdzie $a\ne 0$, i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)
* przesuwa wykres funkcji $f(x)=\frac{a}{x}$, gdzie $a\ne 0$, o wektor, podaje jej własności oraz podaje równania asymptot jej wykresu
* podaje współrzędne wektora, o jaki należy przesunąć wykres funkcji $f(x)=\frac{a}{x}$, gdzie $a\ne 0$, aby otrzymać wykres $y=\frac{a}{x-p}+q$ w prostych przypadkach; szkicuje wykres funkcji $y=\frac{a}{x-p}+q$
* dobiera wzór funkcji do jej wykresu
* przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej w prostych przypadkach
* wyznacza równania asymptot wykresu funkcji homograficznej, korzystając z jej postaci kanonicznej
* wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego
* oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej
* upraszcza w prostych przypadkach wyrażenia wymierne
* wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w prostych przypadkach i podaje odpowiednie założenia
* rozwiązuje równania wymierne, podaje i uwzględnia odpowiednie założenia
* rozwiązuje, również graficznie, nierówności wymierne w prostych przypadkach
* wyznacza ze wzoru dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej
* stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierówności wymiernych w prostych przypadkach
* wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania prostych zadań tekstowych
 | * wyznacza równania osi symetrii i współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej równaniem
* przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej
* szkicuje wykresy funkcji homograficznych i określa ich własności w trudniejszych przypadkach
* wyznacza wzór funkcji homograficznej spełniającej podane warunki
* rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej
* wyznacza równanie hiperboli na podstawie informacji podanych na rysunku
* szkicuje wykresy funkcji $y=\left|\left.f(x)\right|\right.$, $y=f(\left|\left.x\right|)\right.$, $y=\left|\left.f(\left|x\right|)\right|\right.$, gdzie *f* jest funkcją homograficzną, i opisuje ich własności
* wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych, podaje odpowiednie założenia i zapisuje je w najprostszej postaci w trudniejszych przypadkach
* mnoży wyrażenia wymierne dwóch zmiennych i podaje konieczne założenia
* przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych; wyznacza z danego wzoru wskazaną zmienną
* rozwiązuje równania i nierówności wymierne
* znajduje współrzędne punktów wspólnych hiperboli i prostej
* rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy równań, w których występują wyrażenia wymierne
* rozwiązuje układy nierówności wymiernych
* wyznacza dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej danej wzorem
* wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań
* rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernej
* stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych w trudniejszych przypadkach
* zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów spełniających określone warunki
* rozwiązuje zadania tekstowe, wykorzystując wyrażenia wymierne, oraz zadania dotyczące związku między drogą, prędkością i czasem

Na ocenę celującą dodatkowo:* przekształca wzory funkcji, w których występują sumy (lub różnice) wyrażeń ze znakiem wartości bezwzględnej, szkicuje ich wykresy i podaje własności
* stosuje własności hiperboli do rozwiązywania zadań
* wyznacza liczbę rozwiązań równań $\left|\left.f(x)\right|\right.=m$, $f(\left|\left.x\right|)\right.=m$ i $\left|\left.f(\left|x\right|)\right|\right.=m$, gdzie *f* jest funkcją homograficzną, w zależności od parametru *m*
* stosuje funkcje wymierne do rozwiązywania zadań z parametrem o podwyższonym stopniu trudności
 |
| **6. TRYGONOMETRIA** |
| * stosuje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa w prostych przypadkach
* wykorzystuje wzory na przekątną kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego
* oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków
* podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 30º, 45º, 60º
* odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego
* odczytuje z tablic miarę kąta ostrego, gdy zna wartość jego funkcji trygonometrycznej
* oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest sinus lub cosinus kąta
* rozwiązuje trójkąty prostokątne w prostych przypadkach
* stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań praktycznych
* wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu; przedstawia ten kąt na rysunku
* stosuje wzory: $\sin(\left(180^{o}-α\right))=\sin(α),\cos(\left(180^{o}-α\right))=-\cos(α)tg\left(180^{o}-α\right)=-tgα$, $ctg\left(180^{o}-α\right)=-ctgα$ do obliczania wartości wyrażenia
* oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych, korzystając z tablic wartości funkcji trygonometrycznych
* zaznacza w układzie współrzędnych kąt, gdy dana jest wartość jego funkcji trygonometrycznej
* stosuje w zadaniach wzór na pole trójkąta: $P=\frac{1}{2}ah$ oraz wzór na pole trójkąta równobocznego o boku *a*: $P=\frac{a^{2}\sqrt{3}}{4}$
* rozróżnia czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności
* wykorzystuje w zadaniach wzory na pola czworokątów w prostych przypadkach
* wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich w prostych przypadkach
 | * wyznacza w trudniejszych przypadkach długości odcinków w trójkącie, korzystając z twierdzenia Pitagorasa
* wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego
* wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach
* uzasadnia proste zależności, korzystając z własności funkcji trygonometrycznych
* stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania trójkątów i w zadaniach praktycznych
* stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne
* uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi kątów ostrych $α$ i 9$0^{o}-α$
* wyprowadza wzór na jedynkę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
* przekształca w trudniejszych przypadkach wyrażenia trygonometryczne, stosując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
* oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest tangens lub cotangens kąta
* uzasadnia, że podana równość jest tożsamością trygonometryczną
* wykorzystuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania zadań
* stosuje podczas rozwiązywania zadań wzór na pole trójkąta $P=\frac{1}{2}ab\sin(γ)$
* wyprowadza wzór $P=\frac{1}{2}ab\sin(γ)$
* oblicza pola czworokątów w trudniejszych przypadkach
* wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów
* uzasadnia niektóre własności czworokątów

Na ocenę celującą dodatkowo:* przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa
* uzasadnia związki miarowe w czworokątach
* rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii, w tym zadania na dowodzenie związków miarowych w trójkątach i czworokątach
 |

**Przedmiot: matematyka – technikum po SP – klasa 3 – zakres podstawowy i rozszerzony**

|  |  |
| --- | --- |
| **Wymagania podstawowe.** **Uczeń:** | **Wymagania ponadpodstawowe.** **Uczeń:** |
| **Pogrubieniem** oznaczono wymagania, które wykraczają poza podstawę programową. |
| **1. PLANIMETRIA** |
| * podaje i stosuje wzory na długość okręgu, długość łuku, pole koła i pole wycinka koła
* rozpoznaje kąty wpisane i środkowe w okręgu oraz wskazuje łuki, na których są one oparte
* stosuje, w prostych przypadkach, twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu
* rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny
* rozwiązuje zadania związane z okręgiem opisanym na trójkącie prostokątnym lub równoramiennym
* określa własności czworokątów i stosuje je do rozwiązywania prostych zadań
* sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg
* sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg
* stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie i wpisanym w czworokąt do rozwiązywania prostszych zadań także o kontekście praktycznym
* stosuje twierdzenie sinusów do wyznaczenia długości boku trójkąta, miary kąta lub długości promienia okręgu opisanego na trójkącie
* stosuje twierdzenie cosinusów do wyznaczenia długości boku lub miary kąta trójkąta
 | * stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu do rozwiązywania zadań o większym stopniu trudności
* rozwiązuje zadania związane z okręgiem wpisanym w dowolny trójkąt i opisanym na dowolnym trójkącie
* stosuje własności środka okręgu opisanego na trójkącie w zadaniach z geometrii analitycznej
* stosuje różne wzory na pole trójkąta i przekształca je
* stosuje własności czworokątów wypukłych oraz twierdzenia o okręgu opisanym na czworokącie i wpisanym w czworokąt do rozwiązywania trudniejszych zadań z planimetrii
* stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów także o kontekście praktycznym

Na ocenę celującą dodatkowo:* dowodzi twierdzenia dotyczące kątów w okręgu
* dowodzi wzory na pole trójkąta
* dowodzi twierdzenia dotyczące okręgu wpisanego w wielokąt
* przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów
* rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące zastosowania twierdzenia sinusów i cosinusów
 |
| **2. FUNKCJE WYKŁADNICZE I LOGARYTMICZNE** |
| * oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych
* zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym
* zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie
* upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w prostych przypadkach
* porównuje liczby przedstawione w postaci potęg
* szkicuje wykres funkcji wykładniczej i określa jej własności
* oblicza logarytm danej liczby
* podaje założenia i zapisuje wyrażenia zawierające logarytmy w prostszej postaci
* stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń
* wyznacza dziedzinę funkcji logarytmicznej
* szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności
* wyznacza wzór funkcji wykładniczej lub logarytmicznej na podstawie współrzędnych punktu należącego do wykresu tej funkcji oraz szkicuje ten wykres
* szkicuje wykresy funkcji wykładniczej i logarytmicznej, stosując przesunięcie o wektor
* szkicuje wykres funkcji y = –f(x), y = f(–x), y = |f(x)|, y = f(|x|), mając dany wykres funkcji wykładniczej lub logarytmicznej y = f(x)
* stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń
* z logarytmami
* stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu przy przekształcaniu wyrażeń z logarytmami
 | * upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w bardziej złożonych sytuacjach
* podaje przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych z wykorzystaniem tablic
* stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń
* szkicuje wykresy funkcji wykładniczej lub logarytmicznej otrzymane w wyniku złożenia kilku przekształceń
* rozwiązuje proste równania wykładnicze, korzystając z różnowartościowości funkcji wykładniczej
* rozwiązuje proste nierówności wykładnicze, korzystając z monotoniczności funkcji wykładniczej
* rozwiązuje proste równania i nierówności logarytmiczne, korzystając z własności funkcji logarytmicznej
* wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania zadań o kontekście praktycznym
* rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wykładniczej lub logarytmicznej

Na ocenę celującą dodatkowo:* dowodzi twierdzenia o logarytmach
* wykorzystuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu w zadaniach na dowodzenie
* rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej
* zaznacza w układzie współrzędnych zbiór punktów płaszczyzny (x, y) spełniających podany warunek
 |
| **3. FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE DOWOLNEGO KĄTA** |
| * zaznacza kąt w układzie współrzędnych, wskazuje jego ramię początkowe i końcowe
* wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu
* określa znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta
* oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: 90°, 120°, 135°, 225°
* określa, w której ćwiartce układu współrzędnych leży końcowe ramię kąta, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych
* wykorzystuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań
* zamienia miarę stopniową na łukową i odwrotnie
* odczytuje okres podstawowy funkcji na podstawie jej wykresu
* szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych w danym przedziale i określa ich własności
* szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując przesunięcie o wektor i określa ich własności
* szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując symetrię względem osi układu współrzędnych oraz symetrię względem początku układu współrzędnych i określa ich własności
* szkicuje wykresy funkcji oraz , gdzie jest funkcją trygonometryczną i określa ich własności
* stosuje tożsamości trygonometryczne
* dowodzi proste tożsamości trygonometryczne, podając odpowiednie założenia
* oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji sinus lub cosinus
* wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów
* stosuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego
* wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem wzorów redukcyjnych
* rozwiązuje proste równania i nierówności trygonometryczne
* posługuje się tablicami lub kalkulatorem do wyznaczenia kąta, przy danej wartości funkcji trygonometrycznej
 | * oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: – 90°, 315°, 1080°
* stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań
* oblicza wartości funkcji trygonometrycznych dowolnych kątów
* wyznacza kąt, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych
* szkicuje wykres funkcji okresowej
* stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości
* wykorzystuje własności funkcji trygonometrycznych do obliczenia wartości tej funkcji dla danego kąta
* szkicuje wykresy funkcji oraz , gdzie jest funkcją trygonometryczną i określa ich własności
* na podstawie wykresów funkcji trygonometrycznych szkicuje wykresy funkcji, będące efektem wykonania kilku operacji oraz określa ich własności
* oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji tangens lub cotangens
* stosuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego do przekształcania wyrażeń, w tym również do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych
* stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania trudniejszych równań i nierówności trygonometrycznych

Na ocenę celującą dodatkowo:* wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz na funkcje kąta podwojonego
* rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji trygonometrycznych
 |
| **4. GEOMETRIA ANALITYCZNA** |
| * oblicza odległość punktów w układzie współrzędnych
* wyznacza współrzędne środka odcinka, mając dane współrzędne jego końców
* oblicza odległość punktu od prostej
* wyznacza środek i promień okręgu, mając jego równanie
* opisuje równaniem okrąg o danym środku i przechodzący przez dany punkt
* określa, ile punktów wspólnych mają prosta i okrąg przy danych warunkach
* oblicza pole figury stosując zależności między okręgami stycznymi w prostych przypadkach
* określa, ile punktów wspólnych mają prosta i okrąg przy danych warunkach
* opisuje koło w układzie współrzędnych
* sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu (koła)
* podaje, w prostych przypadkach, geometryczną interpretację rozwiązania układu nierówności stopnia drugiego
* sprawdza, czy wektory mają ten sam kierunek i zwrot
* wykonuje działania na wektorach
* stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów
* stosuje działania na wektorach do podziału odcinka
* wyznacza współrzędne punktów w danej jednokładności
* wyznacza współrzędne punktów w danej symetrii osiowej lub środkowej
* rozpoznaje figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne
 | * stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań
* stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań dotyczących równoległoboków
* sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu
* wyznacza wartość parametru tak, aby równanie opisywało okrąg
* stosuje równanie okręgu w zadaniach
* stosuje układy równań drugiego stopnia do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej
* stosuje działania na wektorach oraz ich interpretację geometryczną w zadaniach
* opisuje układem nierówności przedstawiony podzbiór płaszczyzny
* stosuje własności jednokładności w zadaniach

Na ocenę celującą dodatkowo:* wyprowadza wzór na odległość punktu od prostej
* wykorzystuje działania na wektorach do dowodzenia twierdzeń
* rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej o znacznym stopniu trudności
 |
| **5. STATYSTYKA** |
| * oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę
* oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych na diagramie
* oblicza wariancję i odchylenie standardowe
* oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami
 | * oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych pogrupowanych na różne sposoby
* wykorzystuje średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną do rozwiązywania zadań
* oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych na różne sposoby

Na ocenę celującą dodatkowo:* porównuje odchylenie przeciętne z odchyleniem standardowym
* rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki
 |