WYMAGANIA EDUKACYJNE Z MATEMATYKI – Liceum zakres podstawowy

KLASA 2

1. PLANIMETRIA

|  |  |
| --- | --- |
| Wymagania podstawowe | Wymagania ponadpodstawowe |
| • rozróżnia trójkąty: ostrokątne, prostokątne,  rozwartokątne• stosuje twierdzenie o sumie miar kątów w  trójkącie• sprawdza, czy z trzech odcinków o danych  długościach można zbudować trójkąt• uzasadnia przystawanie trójkątów,  wykorzystując cechy przystawania• wykorzystuje cechy przystawania trójkątów  do rozwiązywania prostych zadań• uzasadnia podobieństwo trójkątów,  wykorzystując cechy podobieństwa• zapisuje proporcje boków w trójkątach  podobnych• wykorzystuje podobieństwo trójkątów do  rozwiązywania elementarnych zadań• sprawdza, czy dane figury są podobne• oblicza długości boków figur podobnych• posługuje się pojęciem skali do obliczania  odległości i powierzchni przedstawionych za  pomocą planu lub mapy• stosuje w zadaniach twierdzenie o stosunku  pól figur podobnych• wskazuje w wielokątach odcinki  proporcjonalne• rozwiązuje proste zadania, wykorzystując  twierdzenie Talesa• stosuje twierdzenie Pitagorasa • wykorzystuje wzory na przekątną kwadratu i  wysokość trójkąta równobocznego• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych  kąta ostrego w trójkącie prostokątnym, gdy  dane są boki tego trójkąta• rozwiązuje trójkąty prostokątne• stosuje w zadaniach wzór na pole trójkąta:  oraz wzór na pole trójkąta równobocznego o boku a:  | • przeprowadza dowód twierdzenia o sumie  miar kątów w trójkącie• stosuje cechy przystawania trójkątów do  rozwiązywania trudniejszych zadań  geometrycznych• wykorzystuje podobieństwo trójkątów do  rozwiązywania praktycznych problemów• przeprowadza dowód twierdzenia Talesa• stosuje twierdzenia o związkach miarowych  podczas rozwiązywania zadań, które  wymagają przeprowadzenia dowodu• rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia  i dowodzenia z zastosowaniem twierdzenia  Talesa i twierdzenia odwrotnego do  twierdzenia Talesa• stosuje własności podobieństwa figur  podczas rozwiązywania zadań problemowych  oraz zadań wymagających przeprowadzenia  dowodu • stosuje własności czworokątów podczas  rozwiązywania zadań, które wymagają  przeprowadzenia dowodu• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu  trudności dotyczące przystawania i  podobieństw figur  |

1. SUMY ALGEBRAICZNE

|  |  |
| --- | --- |
| * Rozpoznaje jednomiany i sumy algebraiczne
* Oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych
* Redukuje wyrazy podobne w sumie algebraicznej
* Dodaje , odejmuje i mnoży sumy algebraiczne
* Przekształca wyrażenia algebraiczne, uwzględniając kolejność wykonywanych działań
* Przekształca wyrażenia algebraiczne z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia
* Stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach postaci a+b
* Rozwiązuje równania kwadratowe niepełne metodą rozkładu na czynniki oraz stosując wzory skróconego mnożenia
* Rozwiązuje równania kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki
* Przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej
* Rozwiązuje równania wyższych stopni, korzystając z definicji pierwiastka i własności iloczynu
 | * Rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do równań kwadratowych
* Rozwiązuje równania wyższych stopni, stosując zasadę wyłączania wspólnego czynnika przed nawias
* rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące rozwiązywania równań wyższego stopnia
* korzystając z wykresu wielomianu, podaje miejsca zerowe, zbiór argumentów, dla których wielomian przyjmuje wartości dodatnie/ujemne/niedodatnie/nieujemne
* rozwiązuje zadania tekstowe z zastosowaniem wykresu lub wzoru wielomianu
 |

3. FUNKCJE WYMIERNE

|  |  |
| --- | --- |
| • wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne • stosuje zależność między wielkościami  odwrotnie proporcjonalnymi do  rozwiązywania prostych zadań• wyznacza współczynnik proporcjonalności• podaje wzór proporcjonalności odwrotnej,  znając współrzędne punktu należącego do  wykresu• szkicuje wykres funkcji , gdzie i podaje jej  własności (dziedzinę, zbiór wartości,  przedziały monotoniczności)• szkicuje wykresy funkcji oraz i odczytuje jej  własności• wyznacza asymptoty wykresu powyższych  funkcji • dobiera wzór funkcji do jej wykresu• wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia  wymiernego• oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla  danej wartości zmiennej• skraca i rozszerza proste wyrażenia  wymierne• wykonuje działania na wyrażeniach  wymiernych (proste przypadki) i podaje  odpowiednie założenia• rozwiązuje proste równania wymierne• wykorzystuje wyrażenia wymierne do  rozwiązywania prostych zadań tekstowych | • rozwiązuje zadania tekstowe, stosując  proporcjonalność odwrotną• szkicuje wykres funkcji w podanych  przedziałach * wyznacza współczynnik a tak, aby funkcja spełniała podane warunki

• wyznacza wzory funkcji oraz spełniających  podane warunki• wyznacza dziedzinę wyrażenia wymiernego,  korzystając z prostych równań  kwadratowych• wykonuje działania na wyrażeniach  wymiernych i podaje odpowiednie założenia• przekształca wzory, stosując działania na  wyrażeniach wymiernych• rozwiązuje równania wymierne• wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań tekstowych• wykorzystuje wielkości odwrotnie  proporcjonalne do rozwiązywania zadań  tekstowych dotyczących prędkości• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu  trudności dotyczące funkcji i wyrażeń  wymiernych• przekształca wzór funkcji homograficznej do  postaci kanonicznej i szkicuje wykres funkcji  oraz podaje jej własności |

4. FUNKCJE WYKŁADNICZE I LOGARYTMY

|  |  |
| --- | --- |
| • oblicza potęgi o wykładnikach  wymiernych• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi  o wykładniku wymiernym• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi  o danej podstawie• upraszcza wyrażenia, stosując prawa  działań na potęgach (proste  przypadki)• porównuje liczby przedstawione w  postaci potęg (proste przypadki)• wyznacza wartości funkcji  wykładniczej dla podanych  argumentów• sprawdza, czy punkt należy do  wykresu funkcji wykładniczej• wyznacza wzór funkcji wykładniczej i  szkicuje jej wykres, znając  współrzędne punktu należącego do jej  wykresu• szkicuje wykres funkcji wykładniczej,  stosując przesunięcie o wektor i  określa jej własności• szkicuje wykres funkcji, będący  efektem jednego przekształcenia  wykresu funkcji wykładniczej i określa  jej własności• oblicza logarytm danej liczby• stosuje równości wynikające z  definicji logarytmu do prostych  obliczeń • wyznacza podstawę logarytmu lub  liczbę logarytmowaną, gdy dana jest  jego wartość • rozwiązuje równania wykładnicze,  stosując logarytm• oblicza logarytm iloczynu, ilorazu i  potęgi, stosując odpowiednie  twierdzenia o logarytmach | • upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań  na potęgach• porównuje liczby przedstawione w postaci  potęg• odczytuje rozwiązania nierówności na  postawie wykresów funkcji wykładniczych• podaje odpowiednie założenia dla podstawy  logarytmu lub liczby logarytmowanej• podaje przybliżoną wartość logarytmów  dziesiętnych z wykorzystaniem tablic• stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu,  ilorazu i potęgi do uzasadnienia równości  wyrażeń• wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i  logarytmu do rozwiązywania zadań o  kontekście praktycznym• dowodzi twierdzenia o logarytmach• wykorzystuje twierdzenie o zmianie  podstawy logarytmu w zadaniach • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu  trudności dotyczące funkcji wykładniczej i  logarytmicznej |

5. CIĄGI

|  |  |
| --- | --- |
| • wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych  jest kilka jego początkowych wyrazów• szkicuje wykres ciągu• wyznacza wzór ogólny ciągu, mając danych  kilka jego początkowych wyrazów• wyznacza początkowe wyrazy ciągu  określonego wzorem ogólnym lub słownie• wyznacza, które wyrazy ciągu przyjmują daną  wartość • podaje przykłady ciągów monotonicznych,  których wyrazy spełniają dane warunki• uzasadnia, że dany ciąg nie jest  monotoniczny, mając dane jego kolejne  wyrazy• wyznacza wyraz ciągu określonego wzorem  ogólnym• podaje przykłady ciągów arytmetycznych• wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego,  mając dany pierwszy wyraz i różnicę • wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego,  mając dane dowolne dwa jego wyrazy• sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny  (proste przypadki)• wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego,  mając dane dowolne dwa jego wyrazy• sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny  (proste przypadki)• stosuje średnią arytmetyczną do wyznaczania  wyrazów ciągu arytmetycznego (proste  przypadki)• określa monotoniczność ciągu  arytmetycznego i geometrycznego• oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu  arytmetycznego i geometrycznego• podaje przykłady ciągów geometrycznych• wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego,  mając dany pierwszy wyraz i iloraz• stosuje monotoniczność ciągu  geometrycznego do rozwiązywania prostych  zadań• stosuje własności ciągu arytmetycznego lub  geometrycznego do rozwiązywania prostych  zadań• oblicza wysokość kapitału przy różnym  okresie kapitalizacji• oblicza oprocentowanie lokaty (proste  przypadki) | • wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego  podane warunki• bada monotoniczność ciągów • rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące  monotoniczności ciągu• wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z  podanymi wartościami tworzyły ciąg  arytmetyczny lub geometryczny•sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny• sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny• rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru  na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego• rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru  na sumę wyrazów ciągu geometrycznego• określa monotoniczność ciągu  arytmetycznego i geometrycznego• stosuje własności ciągu arytmetycznego i  geometrycznego w zadaniach• rozwiązuje zadania związane z kredytami  dotyczące okresu oszczędzania i wysokości  oprocentowania• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu  trudności dotyczące monotoniczności ciągu• wyznacza wyrazy ciągu określonego  rekurencyjnie• dowodzi wzór na sumę n początkowych  wyrazów ciągu arytmetycznego• stosuje średnią geometryczną do  rozwiązywania zadań • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu  trudności dotyczące ciągów |

6. TRYGONOMETRIA

|  |  |
| --- | --- |
| • podaje definicje funkcji trygonometrycznych  kąta ostrego w trójkącie prostokątnym• podaje wartości funkcji trygonometrycznych  kątów 30°, 45°, 60°• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych  kątów ostrych w trójkącie prostokątnym• odczytuje z tablic wartości funkcji  trygonometrycznych danego kąta ostrego• znajduje w tablicach kąt ostry, gdy dana jest  wartość jego funkcji trygonometrycznej• rozwiązuje trójkąty prostokątne w prostych  zadaniach• oblicza wartości pozostałych funkcji  trygonometrycznych, mając dany sinus,  cosinus kąta• podaje związki między funkcjami  trygonometrycznymi tego samego kąta• stosuje zależności między funkcjami  trygonometrycznymi do upraszczania wyrażeń  zawierających funkcje trygonometryczne• stosuje funkcje trygonometryczne do  rozwiązywania prostych zadań osadzonych w  kontekście praktycznym• zaznacza kąt w układzie współrzędnych• wyznacza wartości funkcji  trygonometrycznych kąta, gdy dane są  współrzędne punktu leżącego na jego  końcowym ramieniu• określa znaki funkcji trygonometrycznych  danego kąta• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych  szczególnych kątów, np.: 90°, 120°, 135° | • oblicza wartości funkcji trygonometrycznych  kątów ostrych w bardziej złożonych  sytuacjach• stosuje funkcje trygonometryczne do  rozwiązywania zadań praktycznych o  podwyższonym stopniu trudności• rozwiązuje trójkąty prostokątne• oblicza wartości pozostałych funkcji  trygonometrycznych, mając dany tangens  kąta• uzasadnia związki między funkcjami  trygonometrycznymi• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu  trudności dotyczące funkcji  trygonometrycznych• stosuje związek między współczynnikiem  kierunkowym a kątem nachylenia prostej do  osi OX |

7. PLANIMETRIA 2

|  |  |
| --- | --- |
| • podaje i stosuje wzory na długość okręgu,  długość łuku, pole koła i pole wycinka koła• określa wzajemne położenie okręgów, mając  dane promienie tych okręgów oraz odległość  ich środków• oblicza pola figur, stosując zależności między  okręgami (proste przypadki)• określa liczbę punktów wspólnych prostej i  okręgu przy danych warunkach• stosuje własności stycznej do okręgu do  rozwiązywania prostych zadań• rozpoznaje kąty wpisane i środkowe w okręgu  oraz wskazuje łuki, na których są one oparte• stosuje twierdzenie o kącie środkowym i  kącie wpisanym, opartych na tym samym łuku  (proste przypadki)• podaje różne wzory na pole trójkąta• oblicza pole trójkąta, dobierając odpowiedni  wzór (proste przypadki)• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu  wpisanego w trójkąt prostokątny lub  równoboczny• rozwiązuje zadania związane z okręgiem  opisanym na trójkącie • podaje wzory na pole równoległoboku,  rombu i trapezu• wykorzystuje funkcje trygonometryczne do  wyznaczania pól czworokątów (proste  przypadki)• oblicza odległość punktów w układzie  współrzędnych• oblicza odwód wielokąta, mając dane  współrzędne jego wierzchołków• stosuje wzór na odległość między punktami  do rozwiązywania prostych zadań• wyznacza współrzędne środka odcinka, mając  dane współrzędne jego końców• rysuje figury symetryczne w danej symetrii  osiowej• konstruuje figury symetryczne w danej  symetrii środkowej• określa liczbę i wskazuje osi symetrii figury• wskazuje środek symetrii figury• znajduje obrazy figur geometrycznych w  symetrii osiowej względem osi układu  współrzędnych• znajduje obrazy figur geometrycznych w  symetrii środkowej względem środka układu  współrzędnych• stosuje własności symetrii osiowej i  środkowej do rozwiązywania prostych zadań | • stosuje wzory na długość okręgu, długość  łuku okręgu, pole koła i pole wycinka koła do  obliczania pól i obwodów figur• oblicza pole figury, stosując zależności między  okręgami• stosuje własności stycznej do okręgu do  rozwiązywania trudniejszych zadań• stosuje twierdzenie o kącie środkowym i  kącie wpisanym, opartych na tym samym łuku  oraz wnioski z tego twierdzenia do  rozwiązywania zadań o większym stopniu  trudności• stosuje różne wzory na pole trójkąta i  przekształca je• wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól  trójkątów do obliczania pól innych wielokątów• rozwiązuje zadania związane z okręgiem  wpisanym w dowolny trójkąt i opisanym na  dowolnym trójkącie• stosuje własności środka okręgu opisanego  na trójkącie w zadaniach z geometrii  analitycznej• wykorzystuje funkcje trygonometryczne do  wyznaczania pól czworokątów• stosuje wzór na odległość między punktami  oraz środek odcinka do rozwiązywania  trudniejszych zadań • stosuje własności symetrii osiowej i  środkowej do rozwiązywania trudniejszych  zadań• dowodzi twierdzenia dotyczące kątów w  okręgu• dowodzi wzoru na pole trójkąta• rozwiązuje zadania z planimetrii o znacznym  stopniu trudności• stosuje przesunięcie figury o wektor do  rozwiązywania zadań• podaje środek obrotu i kąt obrotu w  prostych sytuacjach• opisuje równaniem okrąg o danym środku i  przechodzący przez dany punkt• wyznacza środek i promień okręgu, mając  jego równanie |

KLASA 3

1. STATYSTYKA

|  |  |
| --- | --- |
| • oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza  medianę i dominantę • oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza  medianę i dominantę danych pogrupowanych  na różne sposoby• oblicza wariancję i odchylenie standardowe • oblicza średnią ważoną liczb z podanymi  wagami | • oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza  medianę i dominantę danych  przedstawionych na diagramie • wykorzystuje średnią arytmetyczną, medianę,  dominantę i średnią ważoną do  rozwiązywania zadań• oblicza wariancję i odchylenie standardowe  zestawu danych przedstawionych na różne  sposoby• porównuje odchylenie przeciętne z  odchyleniem standardowym• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu  trudności dotyczące statystyki |

2 RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA

|  |  |
| --- | --- |
| • wypisuje wyniki danego doświadczenia• stosuje w typowych sytuacjach regułę  mnożenia • przedstawia w prostych sytuacjach drzewo  ilustrujące wyniki danego doświadczenia • wypisuje permutacje danego zbioru• stosuje definicję silni• oblicza w prostych sytuacjach liczbę  permutacji danego zbioru• oblicza w prostych sytuacjach liczbę wariacji  bez powtórzeń • oblicza w prostych sytuacjach liczbę wariacji z  powtórzeniami • stosuje w prostych sytuacjach regułę  dodawania do wyznaczenia liczby wyników  doświadczenia spełniających dany warunek • określa zbiór zdarzeń elementarnych danego  doświadczenia• określa zbiór zdarzeń elementarnych  sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu• określa zdarzenia przeciwne, zdarzenia  niemożliwe, zdarzenia pewne i zdarzenia  wykluczające się• podaje rozkład prawdopodobieństwa dla  rzutów kostką, monetą• stosuje w prostych, typowych sytuacjach  klasyczną definicję prawdopodobieństwa do  obliczania prawdopodobieństw zdarzeń  losowych • podaje rozkład prawdopodobieństwa• oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia  przeciwnego• stosuje w prostych sytuacjach twierdzenie o  prawdopodobieństwie sumy zdarzeń | • stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania  do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia  spełniających dany warunek• oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę  permutacji danego zbioru• oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę  wariacji bez powtórzeń • oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę  wariacji z powtórzeniami • zapisuje zdarzenia w postaci sumy, iloczynu  oraz różnicy zdarzeń• stosuje w bardziej złożonych sytuacjach  klasyczną definicję prawdopodobieństwa do  obliczania prawdopodobieństw zdarzeń  losowych • stosuje własności prawdopodobieństwa do  obliczania prawdopodobieństw zdarzeń• stosuje własności prawdopodobieństwa w  dowodach twierdzeń• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu  trudności dotyczące prawdopodobieństwa• ilustruje doświadczenia wieloetapowe za  pomocą drzewa i na tej podstawie oblicza  prawdopodobieństwa zdarzeń |

3. STEREOMETRIA

|  |  |
| --- | --- |
| • wskazuje w wielościanie proste prostopadłe,  równoległe i skośne• wskazuje w wielościanie rzut prostokątny  danego odcinka na daną płaszczyznę• określa liczby ścian, wierzchołków i krawędzi  wielościanu• wskazuje elementy charakterystyczne  wielościanu (np. wierzchołek ostrosłupa)• oblicza pola powierzchni bocznej i całkowitej  graniastosłupa i ostrosłupa prostego• rysuje siatkę wielościanu na podstawie jej  fragmentu• oblicza długości przekątnych graniastosłupa  prostego• oblicza objętości graniastosłupa i ostrosłupa  prawidłowego• wskazuje kąt między przekątną  graniastosłupa a płaszczyzną jego podstawy• wskazuje kąty między odcinkami w  ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy • wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami  wielościanu• rozwiązuje typowe zadania dotyczące kąta  między prostą a płaszczyzną • stosuje w prostych sytuacjach funkcje  trygonometryczne do obliczania pola  powierzchni i objętości wielościanu • wskazuje przekroje prostopadłościanu• wskazuje elementy charakterystyczne bryły  obrotowej (np. kąt rozwarcia stożka)• oblicza w prostych sytuacjach pole  powierzchni i objętość bryły obrotowej • stosuje w prostych sytuacjach funkcje  trygonometryczne do obliczania pola  powierzchni i objętości bryły obrotowej • wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych | • przeprowadza wnioskowania dotyczące  położenia prostych w przestrzeni• stosuje i przekształca wzory na pola  powierzchni i objętości wielościanów• stosuje w bardziej złożonych sytuacjach  funkcje trygonometryczne i twierdzenia  planimetrii do obliczenia pola powierzchni i  objętości wielościanu • oblicza pola przekrojów prostopadłościanów,  w tym również mając dany kąt nachylenia  płaszczyzny przekroju do jednej ze ścian  prostopadłościanu• oblicza miarę kąta dwuściennego między  ścianami wielościanu • stosuje w bardziej złożonych sytuacjach  funkcje trygonometryczne i twierdzenia  planimetrii do obliczenia pola powierzchni i  objętości bryły obrotowej • wykorzystuje podobieństwo brył w  rozwiązaniach zadań• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu  trudności dotyczące stereometrii• przeprowadza dowody twierdzeń  dotyczących związków miarowych w  wielościanach i bryłach obrotowych |

1. PRZYKŁADY DOWODÓW W MATEMATYCE

|  |  |
| --- | --- |
| • przeprowadza proste dowody dotyczące  własności liczb• przeprowadza proste dowody dotyczące  nierówności• przeprowadza proste dowody dotyczące  własności figur płaskich | • przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące  własności liczb• przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące  nierówności• przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące  własności figur płaskich• przeprowadza dowody wymagające wiedzy  opisanej na poziomie (W) z innych działów  (np. znajomości twierdzenia Talesa) |

Powtórzenie

Wymagania dotyczące powtarzanych wiadomości zostały opisane w propozycjach przedmiotowego systemu oceniania dla klas pierwszej i drugiej. W zakresie zaś rachunku prawdopodobieństwa, statystyki i stereometrii opisane są powyżej.

WYMAGANIA EDUKACYJNE TECHNIKUM – zakres podstawowy

KLASA 2

1 .FUNKCJE

|  |  |
| --- | --- |
| Wymagania podstawowe | Wymagania ponadpodstawowe |
| • rozpoznaje przyporządkowania będące  funkcjami• określa funkcję różnymi sposobami (wzorem,  tabelką, wykresem, opisem słownym)• poprawnie stosuje pojęcia związane z  pojęciem funkcji: dziedzina, zbiór wartości,  argument, wartość i wykres funkcji• odczytuje z wykresu dziedzinę, zbiór wartości,  miejsca zerowe, najmniejszą i największą  wartość funkcji• wyznacza dziedzinę funkcji określonej tabelą  lub opisem słownym • wyznacza dziedzinę funkcji danej wzorem,  wymagającym jednego założenia• oblicza miejsca zerowe funkcji danej wzorem  (w prostych przykładach)• oblicza wartość funkcji dla różnych  argumentów na podstawie wzoru funkcji• oblicza argument odpowiadający podanej  wartości funkcji• sprawdza algebraicznie położenie punktu o  danych współrzędnych względem wykresu  funkcji danej wzorem• wyznacza współrzędne punktów przecięcia  wykresu funkcji danej wzorem z osiami  układu współrzędnych• rysuje w prostych przypadkach wykres funkcji  danej wzorem• sporządza wykresy funkcji: na podstawie  danego wykresu funkcji • odczytuje z wykresu wartość funkcji dla  danego argumentu oraz argument dla danej  wartości funkcji• na podstawie wykresu funkcji określa  argumenty, dla których funkcja przyjmuje  wartości dodatnie, ujemne• określa na podstawie wykresu przedziały  monotoniczności funkcji• wskazuje wykresy funkcji rosnących,  malejących i stałych wśród różnych  wykresów• stosuje funkcje i ich własności w prostych  sytuacjach praktycznych | • rozpoznaje i opisuje zależności funkcyjne w  otaczającej nas rzeczywistości• przedstawia daną funkcję na różne sposoby• określa dziedzinę oraz wyznacza miejsca  zerowe funkcji danej wzorem, który wymaga  kilku założeń• na podstawie wykresu funkcji określa liczbę  rozwiązań równania f(x) = m w zależności od  wartości parametru m• na podstawie wykresu funkcji odczytuje  zbiory rozwiązań nierówności: dla ustalonej  wartości parametru m• odczytuje z wykresów funkcji rozwiązania  równań i nierówności typu f(x) = g(x),  f(x)<g(x), f(x)>g(x)• szkicuje wykres funkcji spełniającej podane  warunki• uzasadnia, że funkcja nie jest monotoniczna  w swojej dziedzinie• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu  trudności dotyczące funkcji |

2. FUNKCJA KWADRATOWA

|  |  |
| --- | --- |
| • rysuje wykres funkcji i podaje jej własności • sprawdza algebraicznie, czy dany punkt  należy do wykresu danej funkcji kwadratowej• rysuje wykres funkcji kwadratowej w postaci  kanonicznej i podaje jej własności • ustala wzór funkcji kwadratowej w postaci  kanonicznej na podstawie informacji o  przesunięciach wykresu• przekształca wzór funkcji kwadratowej z  postaci kanonicznej do postaci ogólnej i  odwrotnie• oblicza współrzędne wierzchołka paraboli • znajduje brakujące współczynniki funkcji  kwadratowej, znając współrzędne punktów  należących do jej wykresu• rozwiązuje równania kwadratowe niepełne  metodą rozkładu na czynniki oraz stosując  wzory skróconego mnożenia• wyznacza algebraicznie współrzędne  punktów przecięcia paraboli z osiami układu  współrzędnych • określa liczbę pierwiastków równania  kwadratowego w zależności od znaku  wyróżnika • rozwiązuje równania kwadratowe, stosując  wzory na pierwiastki • sprowadza funkcję kwadratową do postaci  iloczynowej, o ile można ją w tej postaci  zapisać• odczytuje miejsca zerowe funkcji  kwadratowej z jej postaci iloczynowej• rozwiązuje nierówności kwadratowe• wyznacza najmniejszą i największą wartość  funkcji kwadratowej w podanym przedziale | • na podstawie wykresu określa liczbę  rozwiązań równania f(x) = m w zależności od  parametru m, gdzie  y = f(x) jest funkcją kwadratową • rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do  wyznaczania wartości najmniejszej i  największej funkcji kwadratowej• rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do  równań lub nierówności kwadratowych • znajduje iloczyn, sumę i różnicę zbiorów  rozwiązań nierówności kwadratowych• przekształca na ogólnych danych wzór funkcji  kwadratowej z postaci ogólnej do postaci  kanonicznej • wyprowadza wzory na współrzędne  wierzchołka paraboli• wyprowadza wzory na pierwiastki równania  kwadratowego• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu  trudności dotyczące funkcji kwadratowej |

3.PLANIMETRIA

|  |  |
| --- | --- |
| Wymagania podstawowe | Wymagania ponadpodstawowe |
| • rozróżnia trójkąty: ostrokątne, prostokątne,  rozwartokątne• stosuje twierdzenie o sumie miar kątów w  trójkącie• sprawdza, czy z trzech odcinków o danych  długościach można zbudować trójkąt• uzasadnia przystawanie trójkątów,  wykorzystując cechy przystawania• wykorzystuje cechy przystawania trójkątów  do rozwiązywania prostych zadań• uzasadnia podobieństwo trójkątów,  wykorzystując cechy podobieństwa• zapisuje proporcje boków w trójkątach  podobnych• wykorzystuje podobieństwo trójkątów do  rozwiązywania elementarnych zadań• sprawdza, czy dane figury są podobne• oblicza długości boków figur podobnych• posługuje się pojęciem skali do obliczania  odległości i powierzchni przedstawionych za  pomocą planu lub mapy• stosuje w zadaniach twierdzenie o stosunku  pól figur podobnych• wskazuje w wielokątach odcinki  proporcjonalne• rozwiązuje proste zadania, wykorzystując  twierdzenie Talesa• stosuje twierdzenie Pitagorasa • wykorzystuje wzory na przekątną kwadratu i  wysokość trójkąta równobocznego• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych  kąta ostrego w trójkącie prostokątnym, gdy  dane są boki tego trójkąta• rozwiązuje trójkąty prostokątne• stosuje w zadaniach wzór na pole trójkąta:  oraz wzór na pole trójkąta równobocznego o boku a:  | • przeprowadza dowód twierdzenia o sumie  miar kątów w trójkącie• stosuje cechy przystawania trójkątów do  rozwiązywania trudniejszych zadań  geometrycznych• wykorzystuje podobieństwo trójkątów do  rozwiązywania praktycznych problemów• przeprowadza dowód twierdzenia Talesa• stosuje twierdzenia o związkach miarowych  podczas rozwiązywania zadań, które  wymagają przeprowadzenia dowodu• rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia  i dowodzenia z zastosowaniem twierdzenia  Talesa i twierdzenia odwrotnego do  twierdzenia Talesa• stosuje własności podobieństwa figur  podczas rozwiązywania zadań problemowych  oraz zadań wymagających przeprowadzenia  dowodu • stosuje własności czworokątów podczas  rozwiązywania zadań, które wymagają  przeprowadzenia dowodu• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu  trudności dotyczące przystawania i  podobieństw figur  |

1. SUMY ALGEBRAICZNE

|  |  |
| --- | --- |
| * Rozpoznaje jednomiany i sumy algebraiczne
* Oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych
* Redukuje wyrazy podobne w sumie algebraicznej
* Dodaje , odejmuje i mnoży sumy algebraiczne
* Przekształca wyrażenia algebraiczne, uwzględniając kolejność wykonywanych działań
* Przekształca wyrażenia algebraiczne z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia
* Stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach postaci a+b
* Rozwiązuje równania kwadratowe niepełne metodą rozkładu na czynniki oraz stosując wzory skróconego mnożenia
* Rozwiązuje równania kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki
* Przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej
* Rozwiązuje równania wyższych stopni, korzystając z definicji pierwiastka i własności iloczynu
 | * Rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do równań kwadratowych
* Rozwiązuje równania wyższych stopni, stosując zasadę wyłączania wspólnego czynnika przed nawias
* rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące rozwiązywania równań wyższego stopnia
* korzystając z wykresu wielomianu, podaje miejsca zerowe, zbiór argumentów, dla których wielomian przyjmuje wartości dodatnie/ujemne/niedodatnie/nieujemne
* rozwiązuje zadania tekstowe z zastosowaniem wykresu lub wzoru wielomianu
 |

3. FUNKCJE WYMIERNE

|  |  |
| --- | --- |
| • wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne • stosuje zależność między wielkościami  odwrotnie proporcjonalnymi do  rozwiązywania prostych zadań• wyznacza współczynnik proporcjonalności• podaje wzór proporcjonalności odwrotnej,  znając współrzędne punktu należącego do  wykresu• szkicuje wykres funkcji , gdzie i podaje jej  własności (dziedzinę, zbiór wartości,  przedziały monotoniczności)• szkicuje wykresy funkcji oraz i odczytuje jej  własności• wyznacza asymptoty wykresu powyższych  funkcji • dobiera wzór funkcji do jej wykresu• wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia  wymiernego• oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla  danej wartości zmiennej• skraca i rozszerza proste wyrażenia  wymierne• wykonuje działania na wyrażeniach  wymiernych (proste przypadki) i podaje  odpowiednie założenia• rozwiązuje proste równania wymierne• wykorzystuje wyrażenia wymierne do  rozwiązywania prostych zadań tekstowych | • rozwiązuje zadania tekstowe, stosując  proporcjonalność odwrotną• szkicuje wykres funkcji w podanych  przedziałach * wyznacza współczynnik a tak, aby funkcja spełniała podane warunki

• wyznacza wzory funkcji oraz spełniających  podane warunki• wyznacza dziedzinę wyrażenia wymiernego,  korzystając z prostych równań  kwadratowych• wykonuje działania na wyrażeniach  wymiernych i podaje odpowiednie założenia• przekształca wzory, stosując działania na  wyrażeniach wymiernych• rozwiązuje równania wymierne• wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań tekstowych• wykorzystuje wielkości odwrotnie  proporcjonalne do rozwiązywania zadań  tekstowych dotyczących prędkości• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu  trudności dotyczące funkcji i wyrażeń  wymiernych• przekształca wzór funkcji homograficznej do  postaci kanonicznej i szkicuje wykres funkcji  oraz podaje jej własności |

KLASA 3

1 . FUNKCJE WYKŁADNICZE I LOGARYTMY

|  |  |
| --- | --- |
| • oblicza potęgi o wykładnikach  wymiernych• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi  o wykładniku wymiernym• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi  o danej podstawie• upraszcza wyrażenia, stosując prawa  działań na potęgach (proste  przypadki)• porównuje liczby przedstawione w  postaci potęg (proste przypadki)• wyznacza wartości funkcji  wykładniczej dla podanych  argumentów• sprawdza, czy punkt należy do  wykresu funkcji wykładniczej• wyznacza wzór funkcji wykładniczej i  szkicuje jej wykres, znając  współrzędne punktu należącego do jej  wykresu• szkicuje wykres funkcji wykładniczej,  stosując przesunięcie o wektor i  określa jej własności• szkicuje wykres funkcji, będący  efektem jednego przekształcenia  wykresu funkcji wykładniczej i określa  jej własności• oblicza logarytm danej liczby• stosuje równości wynikające z  definicji logarytmu do prostych  obliczeń • wyznacza podstawę logarytmu lub  liczbę logarytmowaną, gdy dana jest  jego wartość • rozwiązuje równania wykładnicze,  stosując logarytm• oblicza logarytm iloczynu, ilorazu i  potęgi, stosując odpowiednie  twierdzenia o logarytmach | • upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań  na potęgach• porównuje liczby przedstawione w postaci  potęg• odczytuje rozwiązania nierówności na  postawie wykresów funkcji wykładniczych• podaje odpowiednie założenia dla podstawy  logarytmu lub liczby logarytmowanej• podaje przybliżoną wartość logarytmów  dziesiętnych z wykorzystaniem tablic• stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu,  ilorazu i potęgi do uzasadnienia równości  wyrażeń• wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i  logarytmu do rozwiązywania zadań o  kontekście praktycznym• dowodzi twierdzenia o logarytmach• wykorzystuje twierdzenie o zmianie  podstawy logarytmu w zadaniach • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu  trudności dotyczące funkcji wykładniczej i  logarytmicznej |

2. CIĄGI

|  |  |
| --- | --- |
| • wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych  jest kilka jego początkowych wyrazów• szkicuje wykres ciągu• wyznacza wzór ogólny ciągu, mając danych  kilka jego początkowych wyrazów• wyznacza początkowe wyrazy ciągu  określonego wzorem ogólnym lub słownie• wyznacza, które wyrazy ciągu przyjmują daną  wartość • podaje przykłady ciągów monotonicznych,  których wyrazy spełniają dane warunki• uzasadnia, że dany ciąg nie jest  monotoniczny, mając dane jego kolejne  wyrazy• wyznacza wyraz ciągu określonego wzorem  ogólnym• podaje przykłady ciągów arytmetycznych• wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego,  mając dany pierwszy wyraz i różnicę • wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego,  mając dane dowolne dwa jego wyrazy• sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny  (proste przypadki)• wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego,  mając dane dowolne dwa jego wyrazy• sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny  (proste przypadki)• stosuje średnią arytmetyczną do wyznaczania  wyrazów ciągu arytmetycznego (proste  przypadki)• określa monotoniczność ciągu  arytmetycznego i geometrycznego• oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu  arytmetycznego i geometrycznego• podaje przykłady ciągów geometrycznych• wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego,  mając dany pierwszy wyraz i iloraz• stosuje monotoniczność ciągu  geometrycznego do rozwiązywania prostych  zadań• stosuje własności ciągu arytmetycznego lub  geometrycznego do rozwiązywania prostych  zadań• oblicza wysokość kapitału przy różnym  okresie kapitalizacji• oblicza oprocentowanie lokaty (proste  przypadki) | • wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego  podane warunki• bada monotoniczność ciągów • rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące  monotoniczności ciągu• wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z  podanymi wartościami tworzyły ciąg  arytmetyczny lub geometryczny•sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny• sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny• rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru  na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego• rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru  na sumę wyrazów ciągu geometrycznego• określa monotoniczność ciągu  arytmetycznego i geometrycznego• stosuje własności ciągu arytmetycznego i  geometrycznego w zadaniach• rozwiązuje zadania związane z kredytami  dotyczące okresu oszczędzania i wysokości  oprocentowania• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu  trudności dotyczące monotoniczności ciągu• wyznacza wyrazy ciągu określonego  rekurencyjnie• dowodzi wzór na sumę n początkowych  wyrazów ciągu arytmetycznego• stosuje średnią geometryczną do  rozwiązywania zadań • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu  trudności dotyczące ciągów |

3. TRYGONOMETRIA

|  |  |
| --- | --- |
| • podaje definicje funkcji trygonometrycznych  kąta ostrego w trójkącie prostokątnym• podaje wartości funkcji trygonometrycznych  kątów 30°, 45°, 60°• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych  kątów ostrych w trójkącie prostokątnym• odczytuje z tablic wartości funkcji  trygonometrycznych danego kąta ostrego• znajduje w tablicach kąt ostry, gdy dana jest  wartość jego funkcji trygonometrycznej• rozwiązuje trójkąty prostokątne w prostych  zadaniach• oblicza wartości pozostałych funkcji  trygonometrycznych, mając dany sinus,  cosinus kąta• podaje związki między funkcjami  trygonometrycznymi tego samego kąta• stosuje zależności między funkcjami  trygonometrycznymi do upraszczania wyrażeń  zawierających funkcje trygonometryczne• stosuje funkcje trygonometryczne do  rozwiązywania prostych zadań osadzonych w  kontekście praktycznym• zaznacza kąt w układzie współrzędnych• wyznacza wartości funkcji  trygonometrycznych kąta, gdy dane są  współrzędne punktu leżącego na jego  końcowym ramieniu• określa znaki funkcji trygonometrycznych  danego kąta• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych  szczególnych kątów, np.: 90°, 120°, 135° | • oblicza wartości funkcji trygonometrycznych  kątów ostrych w bardziej złożonych  sytuacjach• stosuje funkcje trygonometryczne do  rozwiązywania zadań praktycznych o  podwyższonym stopniu trudności• rozwiązuje trójkąty prostokątne• oblicza wartości pozostałych funkcji  trygonometrycznych, mając dany tangens  kąta• uzasadnia związki między funkcjami  trygonometrycznymi• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu  trudności dotyczące funkcji  trygonometrycznych• stosuje związek między współczynnikiem  kierunkowym a kątem nachylenia prostej do  osi OX |

4. PLANIMETRIA 2

|  |  |
| --- | --- |
| • podaje i stosuje wzory na długość okręgu,  długość łuku, pole koła i pole wycinka koła• określa wzajemne położenie okręgów, mając  dane promienie tych okręgów oraz odległość  ich środków• oblicza pola figur, stosując zależności między  okręgami (proste przypadki)• określa liczbę punktów wspólnych prostej i  okręgu przy danych warunkach• stosuje własności stycznej do okręgu do  rozwiązywania prostych zadań• rozpoznaje kąty wpisane i środkowe w okręgu  oraz wskazuje łuki, na których są one oparte• stosuje twierdzenie o kącie środkowym i  kącie wpisanym, opartych na tym samym łuku  (proste przypadki)• podaje różne wzory na pole trójkąta• oblicza pole trójkąta, dobierając odpowiedni  wzór (proste przypadki)• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu  wpisanego w trójkąt prostokątny lub  równoboczny• rozwiązuje zadania związane z okręgiem  opisanym na trójkącie • podaje wzory na pole równoległoboku,  rombu i trapezu• wykorzystuje funkcje trygonometryczne do  wyznaczania pól czworokątów (proste  przypadki)• oblicza odległość punktów w układzie  współrzędnych• oblicza odwód wielokąta, mając dane  współrzędne jego wierzchołków• stosuje wzór na odległość między punktami  do rozwiązywania prostych zadań• wyznacza współrzędne środka odcinka, mając  dane współrzędne jego końców• rysuje figury symetryczne w danej symetrii  osiowej• konstruuje figury symetryczne w danej  symetrii środkowej• określa liczbę i wskazuje osi symetrii figury• wskazuje środek symetrii figury• znajduje obrazy figur geometrycznych w  symetrii osiowej względem osi układu  współrzędnych• znajduje obrazy figur geometrycznych w  symetrii środkowej względem środka układu  współrzędnych• stosuje własności symetrii osiowej i  środkowej do rozwiązywania prostych zadań | • stosuje wzory na długość okręgu, długość  łuku okręgu, pole koła i pole wycinka koła do  obliczania pól i obwodów figur• oblicza pole figury, stosując zależności między  okręgami• stosuje własności stycznej do okręgu do  rozwiązywania trudniejszych zadań• stosuje twierdzenie o kącie środkowym i  kącie wpisanym, opartych na tym samym łuku  oraz wnioski z tego twierdzenia do  rozwiązywania zadań o większym stopniu  trudności• stosuje różne wzory na pole trójkąta i  przekształca je• wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól  trójkątów do obliczania pól innych wielokątów• rozwiązuje zadania związane z okręgiem  wpisanym w dowolny trójkąt i opisanym na  dowolnym trójkącie• stosuje własności środka okręgu opisanego  na trójkącie w zadaniach z geometrii  analitycznej• wykorzystuje funkcje trygonometryczne do  wyznaczania pól czworokątów• stosuje wzór na odległość między punktami  oraz środek odcinka do rozwiązywania  trudniejszych zadań • stosuje własności symetrii osiowej i  środkowej do rozwiązywania trudniejszych  zadań• dowodzi twierdzenia dotyczące kątów w  okręgu• dowodzi wzoru na pole trójkąta• rozwiązuje zadania z planimetrii o znacznym  stopniu trudności• stosuje przesunięcie figury o wektor do  rozwiązywania zadań• podaje środek obrotu i kąt obrotu w  prostych sytuacjach• opisuje równaniem okrąg o danym środku i  przechodzący przez dany punkt• wyznacza środek i promień okręgu, mając  jego równanie |

KLASA 4

1. RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA

|  |  |
| --- | --- |
| • wypisuje wyniki danego doświadczenia• stosuje w typowych sytuacjach regułę  mnożenia • przedstawia w prostych sytuacjach drzewo  ilustrujące wyniki danego doświadczenia • wypisuje permutacje danego zbioru• stosuje definicję silni• oblicza w prostych sytuacjach liczbę  permutacji danego zbioru• oblicza w prostych sytuacjach liczbę wariacji  bez powtórzeń • oblicza w prostych sytuacjach liczbę wariacji z  powtórzeniami • stosuje w prostych sytuacjach regułę  dodawania do wyznaczenia liczby wyników  doświadczenia spełniających dany warunek • określa zbiór zdarzeń elementarnych danego  doświadczenia• określa zbiór zdarzeń elementarnych  sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu• określa zdarzenia przeciwne, zdarzenia  niemożliwe, zdarzenia pewne i zdarzenia  wykluczające się• podaje rozkład prawdopodobieństwa dla  rzutów kostką, monetą• stosuje w prostych, typowych sytuacjach  klasyczną definicję prawdopodobieństwa do  obliczania prawdopodobieństw zdarzeń  losowych • podaje rozkład prawdopodobieństwa• oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia  przeciwnego• stosuje w prostych sytuacjach twierdzenie o  prawdopodobieństwie sumy zdarzeń | • stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania  do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia  spełniających dany warunek• oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę  permutacji danego zbioru• oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę  wariacji bez powtórzeń • oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę  wariacji z powtórzeniami • zapisuje zdarzenia w postaci sumy, iloczynu  oraz różnicy zdarzeń• stosuje w bardziej złożonych sytuacjach  klasyczną definicję prawdopodobieństwa do  obliczania prawdopodobieństw zdarzeń  losowych • stosuje własności prawdopodobieństwa do  obliczania prawdopodobieństw zdarzeń• stosuje własności prawdopodobieństwa w  dowodach twierdzeń• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu  trudności dotyczące prawdopodobieństwa• ilustruje doświadczenia wieloetapowe za  pomocą drzewa i na tej podstawie oblicza  prawdopodobieństwa zdarzeń |

2. STATYSTYKA

|  |  |
| --- | --- |
| • oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza  medianę i dominantę • oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza  medianę i dominantę danych pogrupowanych  na różne sposoby• oblicza wariancję i odchylenie standardowe • oblicza średnią ważoną liczb z podanymi  wagami | • oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza  medianę i dominantę danych  przedstawionych na diagramie • wykorzystuje średnią arytmetyczną, medianę,  dominantę i średnią ważoną do  rozwiązywania zadań• oblicza wariancję i odchylenie standardowe  zestawu danych przedstawionych na różne  sposoby• porównuje odchylenie przeciętne z  odchyleniem standardowym• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu  trudności dotyczące statystyki |

3. STEREOMETRIA

|  |  |
| --- | --- |
| • wskazuje w wielościanie proste prostopadłe,  równoległe i skośne• wskazuje w wielościanie rzut prostokątny  danego odcinka na daną płaszczyznę• określa liczby ścian, wierzchołków i krawędzi  wielościanu• wskazuje elementy charakterystyczne  wielościanu (np. wierzchołek ostrosłupa)• oblicza pola powierzchni bocznej i całkowitej  graniastosłupa i ostrosłupa prostego• rysuje siatkę wielościanu na podstawie jej  fragmentu• oblicza długości przekątnych graniastosłupa  prostego• oblicza objętości graniastosłupa i ostrosłupa  prawidłowego• wskazuje kąt między przekątną  graniastosłupa a płaszczyzną jego podstawy• wskazuje kąty między odcinkami w  ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy • wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami  wielościanu• rozwiązuje typowe zadania dotyczące kąta  między prostą a płaszczyzną • stosuje w prostych sytuacjach funkcje  trygonometryczne do obliczania pola  powierzchni i objętości wielościanu • wskazuje przekroje prostopadłościanu• wskazuje elementy charakterystyczne bryły  obrotowej (np. kąt rozwarcia stożka)• oblicza w prostych sytuacjach pole  powierzchni i objętość bryły obrotowej • stosuje w prostych sytuacjach funkcje  trygonometryczne do obliczania pola  powierzchni i objętości bryły obrotowej • wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych | • przeprowadza wnioskowania dotyczące  położenia prostych w przestrzeni• stosuje i przekształca wzory na pola  powierzchni i objętości wielościanów• stosuje w bardziej złożonych sytuacjach  funkcje trygonometryczne i twierdzenia  planimetrii do obliczenia pola powierzchni i  objętości wielościanu • oblicza pola przekrojów prostopadłościanów,  w tym również mając dany kąt nachylenia  płaszczyzny przekroju do jednej ze ścian  prostopadłościanu• oblicza miarę kąta dwuściennego między  ścianami wielościanu • stosuje w bardziej złożonych sytuacjach  funkcje trygonometryczne i twierdzenia  planimetrii do obliczenia pola powierzchni i  objętości bryły obrotowej • wykorzystuje podobieństwo brył w  rozwiązaniach zadań• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu  trudności dotyczące stereometrii• przeprowadza dowody twierdzeń  dotyczących związków miarowych w  wielościanach i bryłach obrotowych |

1. PRZYKŁADY DOWODÓW W MATEMATYCE

|  |  |
| --- | --- |
| • przeprowadza proste dowody dotyczące  własności liczb• przeprowadza proste dowody dotyczące  nierówności• przeprowadza proste dowody dotyczące  własności figur płaskich | • przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące  własności liczb• przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące  nierówności• przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące  własności figur płaskich• przeprowadza dowody wymagające wiedzy  opisanej na poziomie (W) z innych działów  (np. znajomości twierdzenia Talesa) |

Powtórzenie

Wymagania dotyczące powtarzanych wiadomości zostały opisane w propozycjach przedmiotowego systemu oceniania dla klas pierwszej i drugiej. W zakresie zaś rachunku prawdopodobieństwa, statystyki i stereometrii opisane są powyżej.

**Wymagania edukacyjne dla klas liceum i technikum po gimnazjum**

**Przedmiot: Matematyka – Liceum po Gimnazjum – klasa 2**

**Zakres podstawowy i rozszerzony**

|  |  |
| --- | --- |
| **Wymagania podstawowe.****Uczeń:** | **Wymagania ponadpodstawowe.****Uczeń:** |
|

|  |
| --- |
| **Pogrubieniem** oznaczono wymagania, które wykraczają poza podstawę programową dla zakresu podstawowego.  |

 |
| 1. PLANIMETRIA |
| · podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów 30º, 45º, 60º· odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego· znajduje w tablicach kąt ostry, gdy zna wartość jego funkcji trygonometrycznej· oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, mając dany sinus lub cosinus kąta· rozróżnia czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności· wykorzystuje w zadaniach wzory na pola czworokątów· wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich | · przeprowadza dowód twierdzenia o sumie miar kątów w trójkącie· stosuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania trudniejszych zadań geometrycznych· wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania praktycznych problemów· wyprowadza wzór na jedynkę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjamitrygonometrycznymi tego samego kąta· przekształca wyrażenia trygonometryczne, stosując związki między funkcjami trygonometrycznymitego samego kąta· oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, mając dany tangens lub cotangens kąta· stosuje podczas rozwiązywania zadań wzór na pole trójkąta *P* = *ab* sinα· **przeprowadza dowód twierdzenia Talesa****· przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa****· stosuje twierdzenia o związkach miarowych podczas rozwiązywania zadań, które wymagają****przeprowadzenia dowodu****· rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia z zastosowaniem twierdzenia Talesa****i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Talesa****· stosuje własności podobieństwa figur podczas rozwiązywania zadań problemowych oraz zadań****wymagających przeprowadzenia dowodu****· stosuje własności czworokątów podczas rozwiązywania zadań, które wymagają przeprowadzenia****dowodu****· rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące przystawania i podobieństw figur oraz****związków miarowych z zastosowaniem trygonometrii** |
| 2. GEOMETRIA ANALITYCZNA |
| oblicza odległość punktów w układzie współrzędnych· wyznacza współrzędne środka odcinka, mając dane współrzędne jego końców· oblicza odległość punktu od prostej· wyznacza środek i promień okręgu, mając jego równanie· opisuje równaniem okrąg o danym środku i przechodzący przez dany punkt· określa, ile punktów wspólnych mają prosta i okrąg przy danych warunkach· oblicza pole figury stosując zależności między okręgami stycznymi w prostych przypadkach· określa, ile punktów wspólnych mają prosta i okrąg przy danych warunkach· opisuje koło w układzie współrzędnych· sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu (koła)· podaje, w prostych przypadkach, geometryczną interpretację rozwiązania układu nierówności stopniadrugiego· sprawdza, czy wektory mają ten sam kierunek i zwrot· wykonuje działania na wektorach· stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów· stosuje działania na wektorach do podziału odcinka· wyznacza współrzędne punktów w danej jednokładności· wyznacza współrzędne punktów w danej symetrii osiowej lub środkowej· rozpoznaje figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne | · stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań· stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań dotyczącychrównoległoboków· sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu· wyznacza wartość parametru tak, aby równanie opisywało okrąg· stosuje równanie okręgu w zadaniach· stosuje układy równań drugiego stopnia do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej· stosuje działania na wektorach oraz ich interpretację geometryczną w zadaniach· opisuje układem nierówności przedstawiony podzbiór płaszczyzny· stosuje własności jednokładności w zadaniach**· wyprowadza wzór na odległość punktu od prostej****· wykorzystuje działania na wektorach do dowodzenia twierdzeń****· rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej o znacznym stopniu trudności** |
| 3. WIELOMIANY |
|

|  |
| --- |
| · podaje przykłady wielomianów, określa ich stopień i podaje wartości ich współczynników  |
| · zapisuje wielomian w sposób uporządkowany  |
| · oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu  |
| · wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień  |
| · szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego  |
| · określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia  |
| · podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów, bez wykonywania mnożenia wielomianów  |
| · oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów  |
| · stosuje wzory na kwadrat i sześcian sumy i różnicy oraz wzór na różnicę kwadratów do wykonywania działań na wielomianach oraz do rozkładu wielomianu na czynniki  |
| · stosuje wzory na sumę i różnicę sześcianów  |
| · rozkłada wielomian na czynniki, stosując metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias  |
| · dzieli wielomian przez dwumian  |
| · sprawdza poprawność wykonanego dzielenia  |
| · zapisuje wielomian w postaci r |
| · sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian bez wykonywania dzielenia |
| · określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi lub wymiernymi wielomianu  |
| · sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu i wyznacza pozostałe pierwiastki  |
| · wyznacza pierwiastki wielomianu i podaje ich krotność, mając dany wielomian w postaci iloczynowej  |
| · znając stopień wielomianu i jego pierwiastek, bada, czy wielomian ma inne pierwiastki oraz określa ich krotność  |
| · rozwiązuje proste równania wielomianowe  |
| · wyznacza punkty przecięcia się wykresu wielomianu i prostej  |
| · szkicuje wykres wielomianu, mając daną jego postać iloczynową  |
| · dobiera wzór wielomianu do szkicu wykresu  |
| · rozwiązuje nierówności wielomianowe, korzystając ze szkicu wykresu lub wykorzystując postać iloczynową wielomianu  |
| · opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu i wyznacza jego dziedzinę  |

 | · wyznacza współczynniki wielomianu, mając dane warunki· stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów· stosuje wzór: · rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia· stosuje rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach różnych typów· analizuje i stosuje metodę podaną w przykładzie, aby rozłożyć dany wielomian na czynniki· sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian bez wykonywania dzielenia· wyznacza iloraz danych wielomianów· wyznacza resztę z dzielenia wielomianu, mając określone warunki· porównuje wielomiany· rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych· rozwiązuje równania i nierówności wielomianowe· szkicuje wykres wielomianu, wyznaczając jego pierwiastki· stosuje nierówności wielomianowe do wyznaczenia dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastka· wykonuje działania na zbiorach określonych nierównościami wielomianowymi· rozwiązuje zadania z parametrem· opisuje za pomocą wielomianu objętość lub pole powierzchni bryły oraz określa dziedzinę powstałej w ten sposób funkcji**· rozwiązuje zadania z parametrem, o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące wyznaczania reszty****z dzielenia wielomianu przez np. wielomian stopnia drugiego****· stosuje równania i nierówności wielomianowe do rozwiązywania zadań praktycznych****· przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących wielomianów, np. twierdzenia Bézouta, twierdzenia****o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianów****· stosuje schemat Hornera przy dzieleniu wielomianów** |
| 4. FUNKCJE WYMIERNE |
| · wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne i stosuje taką zależność do rozwiązywania prostychzadań· wyznacza współczynnik proporcjonalności· podaje wzór proporcjonalności odwrotnej, znając współrzędne punktu należącego do wykresu· szkicuje wykres funkcji (w prostychprzypadkach także w podanym zbiorze), gdzie a 0 i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)· przesuwa wykres funkcji , gdzie a 0 o wektor i podaje jej własności· podaje współrzędne wektora, o jaki należy przesunąć wykres funkcji , gdzie a 0 , aby otrzymać wykres · dobiera wzór funkcji do jej wykresu· przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej w prostych przypadkach· wyznacza asymptoty wykresu funkcji homograficznej· wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego· oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej· skraca i rozszerza wyrażenia wymierne· wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w prostych przypadkach i podaje odpowiedniezałożenia· rozwiązuje proste równania wymierne· rozwiązuje, również graficznie, proste nierówności wymierne· wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania prostych zadań tekstowych· wyznacza ze wzoru dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej· stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierównościwymiernych | · rozwiązuje zadania tekstowe, stosując proporcjonalność odwrotną· wyznacza równania osi symetrii i współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej równaniem· przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej· szkicuje wykresy funkcji homograficznych i określa ich własności· wyznacza wzór funkcji homograficznej spełniającej podane warunki· rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej· szkicuje wykresy funkcji , gdzie jest funkcjąhomograficzną i opisuje ich własności· wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych i podaje odpowiednie założenia· przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych· rozwiązuje równania i nierówności wymierne· rozwiązuje układy nierówności wymiernych· wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań tekstowych· rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernej· stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych· zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów spełniających określone warunki**· stosuje własności hiperboli do rozwiązywania zadań****· stosuje funkcje wymierne do rozwiązywania zadań z parametrem o podwyższonym stopniu trudności** |
| 5. FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE |
| · zaznacza kąt w układzie współrzędnych, wskazuje jego ramię początkowe i końcowe· wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jegokońcowym ramieniu· określa znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta· oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: 90°, 120°, 135°, 225°· określa, w której ćwiartce układu współrzędnych leży końcowe ramię kąta, mając dane wartości funkcjitrygonometrycznych· wykorzystuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań· zamienia miarę stopniową na łukową i odwrotnie· odczytuje okres podstawowy funkcji na podstawie jej wykresu· szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych w danym przedziale i określa ich własności· szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując przesunięcie o wektor i określa ich własności· szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując symetrię względem osi układu współrzędnychoraz symetrię względem początku układu współrzędnych i określa ich własności· szkicuje wykresy , gdzie jest funkcją trygonometrycznąi określa ich własności· stosuje tożsamości trygonometryczne· dowodzi proste tożsamości trygonometryczne, podając odpowiednie założenia· oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji sinus lub cosinus· wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcjetrygonometryczne sumy i różnicy kątów· stosuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego· wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem wzorów redukcyjnych· rozwiązuje proste równania i nierówności trygonometryczne· posługuje się tablicami lub kalkulatorem do wyznaczenia kąta, przy danej wartości funkcjitrygonometrycznej | · oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: – 90°, 315°, 1080°· stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań· oblicza wartości funkcji trygonometrycznych dowolnych kątów· wyznacza kąt, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych· szkicuje wykres funkcji okresowej· stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości· wykorzystuje własności funkcji trygonometrycznych do obliczenia wartości tej funkcji dla danego kąta· szkicuje wykresy funkcji oraz , gdzie jest funkcją trygonometrycznąi określa ich własności· na podstawie wykresów funkcji trygonometrycznych szkicuje wykresy funkcji, będące efektemwykonania kilku operacji oraz określa ich własności· oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji tangens lub cotangens· stosuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego do przekształcania wyrażeń, w tymrównież do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych· stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania trudniejszych równańi nierówności trygonometrycznych**· wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz na funkcje kąta****podwojonego****· rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji trygonometrycznych** |
| 6. CIĄGI |
| · wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów· szkicuje wykres ciągu· wyznacza wzór ogólny ciągu, mając danych kilka jego początkowych wyrazów· wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym oraz ciągu określonegorekurencyjnie· wyznacza, które wyrazy ciągu przyjmują daną wartość· podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają dane warunki· uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny, mając dane jego kolejne wyrazy· bada, w prostszych przypadkach, monotoniczność ciągu· bada monotoniczność sumy i różnicy ciągów· wyznacza wyraz ciągu określonego wzorem ogólnym· wyznacza wzór ogólny ciągu będącego wynikiem wykonania działań na danych ciągach w prostychprzypadkach· podaje przykłady ciągów arytmetycznych· wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę· wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy· stosuje średnią arytmetyczną do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego· sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny (proste przypadki)· oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego· podaje przykłady ciągów geometrycznych· wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz· wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy· sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny (proste przypadki)· oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego· oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji· oblicza, oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania (proste przypadki)· bada na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę i w przypadku ciągu zbieżnego podaje jegogranicę· bada, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od liczby o podaną wartość oraz ile jest większych(mniejszych) od danej wartości (proste przypadki)· podaje granicę ciągów dla oraz dla k > 0· rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresy i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie magranicy· oblicza, granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych (prosteprzypadki)· podaje twierdzenie o rozbieżności ciągów: dla q > 0 oraz dla k > 0· sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny· oblicza sumę szeregu geometrycznego w prostych przypadkach | · wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki· bada monotoniczność ciągów· rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu· rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu· bada monotoniczność iloczynu i ilorazu ciągów· sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny· sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny· rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu arytmetycznegoi geometrycznego· wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetycznyi geometryczny· stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań· określa monotoniczność ciągu arytmetycznego i geometrycznego· rozwiązuje zadania związane z kredytami dotyczące okresu oszczędzania i wysokości oprocentowania· stosuje własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach· stosuje wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego w zadaniach· bada, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od liczby o podaną wartość oraz ile jest większych(mniejszych) od danej wartości· oblicza, granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych· stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego do rozwiązywania zadań, również osadzonychw kontekście praktycznym**· rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności****monotoniczności ciągu****· oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o trzech ciągach** |
| 7. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY |
| · uzasadnia w prostych przypadkach, że funkcja nie ma granicy w punkcie· oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzeń o granicach (proste przypadki)· oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie (proste przypadki)· oblicza granice niewłaściwe jednostronne w punkcie i granice w punkcie (proste przypadki)· oblicza granice funkcji w nieskończoności (proste przypadki)· wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji (proste przypadki)· sprawdza ciągłość nieskomplikowanych funkcji w punkcie· oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z definicji (proste przypadki)· stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczenia współczynnikakierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią OX(proste przypadki)2· korzysta ze wzorów (c)' = 0, (x)' = 1, ()' = 2x oraz ()' = do wyznaczenia funkcji pochodnej orazwartości pochodnej w punkcie· stosuje pochodną do wyznaczenia prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał (prosteprzypadki)· korzysta, w prostych przypadkach, z własności pochodnej do wyznaczenia przedziałówmonotoniczności funkcji· podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu· wyznacza ekstrema funkcji stosując warunek konieczny istnienia ekstremum· uzasadnia, że dana funkcja nie ma ekstremum (proste przypadki)· wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym i stosuje dorozwiązywania prostych zadań· zna i stosuje schemat badania własności funkcji· szkicuje wykres funkcji na podstawie jej własności (proste przypadki) | · uzasadnia, także na odstawie wykresu, że funkcja nie ma granicy w punkcie· uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie· oblicza granicę funkcji w punkcie· oblicza granice funkcji w punkcie, stosując własności granic funkcji sinus i cosinus w punkcie· oblicza granice w punkcie, także niewłaściwe· stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcjiw punkcie· oblicza w granice funkcji w nieskończoności· wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji· sprawdza ciągłość funkcji· wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub zbiorze· stosuje twierdzenie o przyjmowaniu wartości pośrednich oraz twierdzenie Weierstrassa· oblicza pochodną funkcji w punkcie· stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczenia współczynnikakierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią OX· uzasadnia istnienie pochodnej w punkcie· korzysta ze wzorów dla nC \{0}i x ≠ 0 oraz dla x ≥ 0 do wyznaczenia funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie· wyprowadza wzory na pochodną sumy i różnicy funkcji· wyznacza przedziały monotoniczności funkcji· uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze· wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna· wyznacza ekstrema funkcji stosując warunek konieczny i wystarczający istnienia ekstremum· uzasadnia, że funkcja nie ma ekstremum· wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym i stosuje dorozwiązywania trudniejszych zadań w tym optymalizacyjnych· bada własności funkcji i szkicuje jej wykres**· wyprowadza wzory na pochodną iloczynu i ilorazu funkcji****· rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące rachunku różniczkowego** |
| 8. PLANIMETRIA |
| · podaje i stosuje wzory na długość okręgu, długość łuku, pole koła i pole wycinka koła· rozpoznaje kąty wpisane i środkowe w okręgu oraz wskazuje łuki, na których są one oparte· stosuje, w prostych przypadkach, twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samymłuku oraz twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu· rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny· rozwiązuje zadania związane z okręgiem opisanym na trójkącie prostokątnym lub równoramiennym· określa własności czworokątów i stosuje je do rozwiązywania prostych zadań· sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg· sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg· stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie i wpisanym w czworokąt do rozwiązywania prostszych zadań także o kontekście praktycznym· stosuje twierdzenie sinusów do wyznaczenia długości boku trójkąta, miary kąta lub długości promienia okręgu opisanego na trójkącie· stosuje twierdzenie cosinusów do wyznaczenia długości boku lub miary kąta trójkąta | · stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu do rozwiązywania zadań o większym stopniu trudności· rozwiązuje zadania związane z okręgiem wpisanym w dowolny trójkąt i opisanym na dowolnym trójkącie· stosuje własności środka okręgu opisanego na trójkącie w zadaniach z geometrii analitycznej· stosuje różne wzory na pole trójkąta i przekształca je· stosuje własności czworokątów wypukłych oraz twierdzenia o okręgu opisanym na czworokącie i wpisanym w czworokąt do rozwiązywania trudniejszych zadań z planimetrii· stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów także o kontekście praktycznym**· dowodzi twierdzenia dotyczące kątów w okręgu****· dowodzi wzory na pole trójkąta****· dowodzi twierdzenia dotyczące okręgu wpisanego w wielokąt****· przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów****· rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące zastosowania twierdzenia sinusów i cosinusów** |

**Przedmiot: Matematyka – Liceum po Gimnazjum – klasa 3**

**Zakres podstawowy i rozszerzony**

|  |  |
| --- | --- |
| **Wymagania podstawowe.****Uczeń:** | **Wymagania ponadpodstawowe.****Uczeń:** |
|

|  |
| --- |
| **Pogrubieniem** oznaczono wymagania, które wykraczają poza podstawę programową dla zakresu podstawowego.  |

 |
| 1. RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA |
| · wypisuje wyniki danego doświadczenia· stosuje w typowych sytuacjach regułę mnożenia · przedstawia w prostych sytuacjach drzewo ilustrujące wyniki danego doświadczenia · wypisuje permutacje danego zbioru· stosuje definicję silni· oblicza w prostych sytuacjach liczbę permutacji danego zbioru· oblicza w prostych sytuacjach liczbę wariacji bez powtórzeń · oblicza w prostych sytuacjach liczbę wariacji z powtórzeniami · oblicza wartość symbolu Newtona· oblicza w prostych sytuacjach liczbę kombinacji · stosuje w prostych sytuacjach regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek · określa zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia· określa zbiór zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu· określa zdarzenia przeciwne, zdarzenia niemożliwe, zdarzenia pewne i zdarzenia wykluczające się· stosuje w prostych, typowych sytuacjach klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych · podaje rozkład prawdopodobieństwa· oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego· stosuje w prostych sytuacjach twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń · określa iloczyn zdarzeń· oblicza w prostych sytuacjach prawdopodobieństwo warunkowe · oblicza w prostych sytuacjach prawdopodobieństwo całkowite · ilustruje doświadczenie wieloetapowe za pomocą drzewa | · stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek· oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę permutacji danego zbioru· oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę wariacji bez powtórzeń · oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę wariacji z powtórzeniami · oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę kombinacji · rozwiązuje równania i nierówności, w których występuje symbol Newtona· zapisuje zdarzenia w postaci sumy, iloczynu oraz różnicy zdarzeń· stosuje w bardziej złożonych sytuacjach klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych · stosuje w bardziej złożonych sytuacjach twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń · stosuje własności prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń· stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń· oblicza w bardziej złożonych sytuacjach prawdopodobieństwo warunkowe · oblicza w bardziej złożonych sytuacjach prawdopodobieństwo całkowite · ilustruje doświadczenia wieloetapowe za pomocą drzewa i na tej podstawie oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń**· wykorzystuje wzór dwumianowy Newtona do rozwinięcia wyrażeń postaci i wyznaczania współczynników wielomianów****· uzasadnia zależności, w których występuje symbol Newtona****· rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące prawdopodobieństwa****· rozwiązuje zadania dotyczące niezależności zdarzeń****· stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń** |
| 2. STATYSTYKA |
| · oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę · oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych na diagramie· oblicza wariancję i odchylenie standardowe · oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami | · oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych pogrupowanych na różne sposoby · wykorzystuje średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną do rozwiązywania zadań· oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych na różne sposoby**· porównuje odchylenie przeciętne z odchyleniem standardowym****· rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki** |
| 3. FUNKCJE WYKŁADNICZE I LOGARYTMY |
| · oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych· zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym· zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie· upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w prostych przypadkach· porównuje liczby przedstawione w postaci potęg· szkicuje wykres funkcji wykładniczej i określa jej własności · oblicza logarytm danej liczby· podaje założenia i zapisuje wyrażenia zawierające logarytmy w prostszej postaci· stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń· wyznacza dziedzinę funkcji logarytmicznej· szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności · wyznacza wzór funkcji wykładniczej lub logarytmicznej na podstawie współrzędnych punktu należącego do wykresu tej funkcji oraz szkicuje ten wykres· szkicuje wykresy funkcji wykładniczej i logarytmicznej, stosując przesunięcie o wektor· szkicuje wykres funkcji y = –f(x), y = f(–x), y = |f(x)|, y = f(|x|), mając dany wykres funkcji wykładniczej lub logarytmicznej y = f(x)· stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami · stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu przy przekształcaniu wyrażeń z logarytmami | · upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w bardziej złożonych sytuacjach· podaje przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych z wykorzystaniem tablic· stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń· szkicuje wykresy funkcji wykładniczej lub logarytmicznej otrzymane w wyniku złożenia kilku przekształceń· rozwiązuje proste równania wykładnicze, korzystając z różnowartościowości funkcji wykładniczej· rozwiązuje proste nierówności wykładnicze, korzystając z monotoniczności funkcji wykładniczej· rozwiązuje proste równania i nierówności logarytmiczne, korzystając z własności funkcji logarytmicznej· wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania zadań o kontekście praktycznym· rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wykładniczej lub logarytmicznej**· dowodzi twierdzenia o logarytmach****· wykorzystuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu w zadaniach na dowodzenie** **· rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej****· zaznacza w układzie współrzędnych zbiór punktów płaszczyzny (x, y) spełniających podany warunek** |
| 4. STEREOMETRIA |
| • wskazuje w wielościanie proste prostopadłe, równoległe i skośne• wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę• określa liczby ścian, wierzchołków i krawędzi wielościanu• wskazuje elementy charakterystyczne wielościanu (np. wierzchołek ostrosłupa)• oblicza pola powierzchni bocznej i całkowitej graniastosłupa i ostrosłupa prostego• rysuje siatkę wielościanu na podstawie jej fragmentu• oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego• oblicza objętości graniastosłupa i ostrosłupa prawidłowego• wskazuje kąt między przekątną graniastosłupa a płaszczyzną jego podstawy• wskazuje kąty między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy • wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanu• rozwiązuje typowe zadania dotyczące kąta między prostą a płaszczyzną• stosuje w prostych sytuacjach funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości wielościanu • wskazuje elementy charakterystyczne bryły obrotowej (np. kąt rozwarcia stożka)• wskazuje przekroje wielościanu i bryły obrotowej• oblicza w prostych sytuacjach pole powierzchni i objętość bryły obrotowej • stosuje w prostych sytuacjach funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości bryły obrotowej • wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych | • przeprowadza wnioskowania dotyczące położenia prostych w przestrzeni• stosuje i przekształca wzory na pola powierzchni i objętości wielościanów• stosuje w bardziej złożonych sytuacjach funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości wielościanu • oblicza pola przekrojów wielościanu• oblicza miarę kąta dwuściennego między ścianami wielościanu oraz między ścianą wielościanu a jego przekrojem• stosuje w bardziej złożonych sytuacjach funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości bryły obrotowej • oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w kulę i opisanych na kuli• oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w walec i opisanych na walcu• oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w stożek i opisanych na stożku• wykorzystuje podobieństwo brył w rozwiązaniach zadań**• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące stereometrii****• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w wielościanach i bryłach obrotowych** |
| 5. PRZYKŁADY DOWODÓW W MATEMATYCE |
| • przeprowadza proste dowody dotyczące własności liczb• przeprowadza proste dowody dotyczące nierówności• przeprowadza proste dowody dotyczące własności figur płaskich | • przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności liczb• przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące nierówności• przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności figur płaskich**• przeprowadza dowód nie wprost** |

**6. POWTÓRZENIE**

Wymagania dotyczące powtarzanych wiadomości zostały opisane w propozycjach przedmiotowego systemu oceniania dla klas pierwszej i drugiej. W zakresie zaś rachunku prawdopodobieństwa, statystyki, funkcji wykładniczych i logarytmicznych oraz stereometrii opisane są powyżej.

**Przedmiot: Matematyka – technikum po Gimnazjum – klasa 2**

**Zakres podstawowy i rozszerzony**

|  |  |
| --- | --- |
| **Wymagania podstawowe.****Uczeń:** | **Wymagania ponadpodstawowe.****Uczeń:** |
|

|  |
| --- |
| **Pogrubieniem** oznaczono wymagania, które wykraczają poza podstawę programową dla zakresu podstawowego.  |

 |
| 1. PLANIMETRIA |
| · podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów 30º, 45º, 60º· odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego· znajduje w tablicach kąt ostry, gdy zna wartość jego funkcji trygonometrycznej· oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, mając dany sinus lub cosinus kąta· rozróżnia czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności· wykorzystuje w zadaniach wzory na pola czworokątów· wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich | · przeprowadza dowód twierdzenia o sumie miar kątów w trójkącie· stosuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania trudniejszych zadań geometrycznych· wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania praktycznych problemów· wyprowadza wzór na jedynkę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjamitrygonometrycznymi tego samego kąta· przekształca wyrażenia trygonometryczne, stosując związki między funkcjami trygonometrycznymitego samego kąta· oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, mając dany tangens lub cotangens kąta· stosuje podczas rozwiązywania zadań wzór na pole trójkąta *P* = *ab* sing· **przeprowadza dowód twierdzenia Talesa****· przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa****· stosuje twierdzenia o związkach miarowych podczas rozwiązywania zadań, które wymagają****przeprowadzenia dowodu****· rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia z zastosowaniem twierdzenia Talesa****i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Talesa****· stosuje własności podobieństwa figur podczas rozwiązywania zadań problemowych oraz zadań****wymagających przeprowadzenia dowodu****· stosuje własności czworokątów podczas rozwiązywania zadań, które wymagają przeprowadzenia****dowodu****· rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące przystawania i podobieństw figur oraz****związków miarowych z zastosowaniem trygonometrii** |
| 2. GEOMETRIA ANALITYCZNA |
| oblicza odległość punktów w układzie współrzędnych· wyznacza współrzędne środka odcinka, mając dane współrzędne jego końców· oblicza odległość punktu od prostej· wyznacza środek i promień okręgu, mając jego równanie· opisuje równaniem okrąg o danym środku i przechodzący przez dany punkt· określa, ile punktów wspólnych mają prosta i okrąg przy danych warunkach· oblicza pole figury stosując zależności między okręgami stycznymi w prostych przypadkach· określa, ile punktów wspólnych mają prosta i okrąg przy danych warunkach· opisuje koło w układzie współrzędnych· sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu (koła)· podaje, w prostych przypadkach, geometryczną interpretację rozwiązania układu nierówności stopniadrugiego· sprawdza, czy wektory mają ten sam kierunek i zwrot· wykonuje działania na wektorach· stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów· stosuje działania na wektorach do podziału odcinka· wyznacza współrzędne punktów w danej jednokładności· wyznacza współrzędne punktów w danej symetrii osiowej lub środkowej· rozpoznaje figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne | · stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań· stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań dotyczącychrównoległoboków· sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu· wyznacza wartość parametru tak, aby równanie opisywało okrąg· stosuje równanie okręgu w zadaniach· stosuje układy równań drugiego stopnia do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej· stosuje działania na wektorach oraz ich interpretację geometryczną w zadaniach· opisuje układem nierówności przedstawiony podzbiór płaszczyzny· stosuje własności jednokładności w zadaniach**· wyprowadza wzór na odległość punktu od prostej****· wykorzystuje działania na wektorach do dowodzenia twierdzeń****· rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej o znacznym stopniu trudności** |
| 3. WIELOMIANY |
|

|  |
| --- |
| · podaje przykłady wielomianów, określa ich stopień i podaje wartości ich współczynników  |
| · zapisuje wielomian w sposób uporządkowany  |
| · oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu  |
| · wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień  |
| · szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego  |
| · określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia  |
| · podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów, bez wykonywania mnożenia wielomianów  |
| · oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów  |
| · stosuje wzory na kwadrat i sześcian sumy i różnicy oraz wzór na różnicę kwadratów do wykonywania działań na wielomianach oraz do rozkładu wielomianu na czynniki  |
| · stosuje wzory na sumę i różnicę sześcianów  |
| · rozkłada wielomian na czynniki, stosując metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias  |
| · dzieli wielomian przez dwumian  |
| · sprawdza poprawność wykonanego dzielenia  |
| · zapisuje wielomian w postaci r |
| · sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian bez wykonywania dzielenia |
| · określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi lub wymiernymi wielomianu  |
| · sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu i wyznacza pozostałe pierwiastki  |
| · wyznacza pierwiastki wielomianu i podaje ich krotność, mając dany wielomian w postaci iloczynowej  |
| · znając stopień wielomianu i jego pierwiastek, bada, czy wielomian ma inne pierwiastki oraz określa ich krotność  |
| · rozwiązuje proste równania wielomianowe  |
| · wyznacza punkty przecięcia się wykresu wielomianu i prostej  |
| · szkicuje wykres wielomianu, mając daną jego postać iloczynową  |
| · dobiera wzór wielomianu do szkicu wykresu  |
| · rozwiązuje nierówności wielomianowe, korzystając ze szkicu wykresu lub wykorzystując postać iloczynową wielomianu  |
| · opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu i wyznacza jego dziedzinę  |

 | · wyznacza współczynniki wielomianu, mając dane warunki· stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów· stosuje wzór: · rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia· stosuje rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach różnych typów· analizuje i stosuje metodę podaną w przykładzie, aby rozłożyć dany wielomian na czynniki· sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian bez wykonywania dzielenia· wyznacza iloraz danych wielomianów· wyznacza resztę z dzielenia wielomianu, mając określone warunki· porównuje wielomiany· rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych· rozwiązuje równania i nierówności wielomianowe· szkicuje wykres wielomianu, wyznaczając jego pierwiastki· stosuje nierówności wielomianowe do wyznaczenia dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastka· wykonuje działania na zbiorach określonych nierównościami wielomianowymi· rozwiązuje zadania z parametrem· opisuje za pomocą wielomianu objętość lub pole powierzchni bryły oraz określa dziedzinę powstałej w ten sposób funkcji**· rozwiązuje zadania z parametrem, o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące wyznaczania reszty****z dzielenia wielomianu przez np. wielomian stopnia drugiego****· stosuje równania i nierówności wielomianowe do rozwiązywania zadań praktycznych****· przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących wielomianów, np. twierdzenia Bézouta, twierdzenia****o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianów****· stosuje schemat Hornera przy dzieleniu wielomianów** |
| 4. FUNKCJE WYMIERNE |
| · wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne i stosuje taką zależność do rozwiązywania prostychzadań· wyznacza współczynnik proporcjonalności· podaje wzór proporcjonalności odwrotnej, znając współrzędne punktu należącego do wykresu· szkicuje wykres funkcji (w prostychprzypadkach także w podanym zbiorze), gdzie a 0 i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)· przesuwa wykres funkcji , gdzie a 0 o wektor i podaje jej własności· podaje współrzędne wektora, o jaki należy przesunąć wykres funkcji , gdzie a 0 , aby otrzymać wykres · dobiera wzór funkcji do jej wykresu· przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej w prostych przypadkach· wyznacza asymptoty wykresu funkcji homograficznej· wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego· oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej· skraca i rozszerza wyrażenia wymierne· wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w prostych przypadkach i podaje odpowiedniezałożenia· rozwiązuje proste równania wymierne· rozwiązuje, również graficznie, proste nierówności wymierne· wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania prostych zadań tekstowych· wyznacza ze wzoru dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej· stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierównościwymiernych | · rozwiązuje zadania tekstowe, stosując proporcjonalność odwrotną· wyznacza równania osi symetrii i współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej równaniem· przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej· szkicuje wykresy funkcji homograficznych i określa ich własności· wyznacza wzór funkcji homograficznej spełniającej podane warunki· rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej· szkicuje wykresy funkcji , gdzie jest funkcjąhomograficzną i opisuje ich własności· wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych i podaje odpowiednie założenia· przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych· rozwiązuje równania i nierówności wymierne· rozwiązuje układy nierówności wymiernych· wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań tekstowych· rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernej· stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych· zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów spełniających określone warunki**· stosuje własności hiperboli do rozwiązywania zadań****· stosuje funkcje wymierne do rozwiązywania zadań z parametrem o podwyższonym stopniu trudności** |
| 5. FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE |
| · zaznacza kąt w układzie współrzędnych, wskazuje jego ramię początkowe i końcowe· wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jegokońcowym ramieniu· określa znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta· oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: 90°, 120°, 135°, 225°· określa, w której ćwiartce układu współrzędnych leży końcowe ramię kąta, mając dane wartości funkcjitrygonometrycznych· wykorzystuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań· zamienia miarę stopniową na łukową i odwrotnie· odczytuje okres podstawowy funkcji na podstawie jej wykresu· szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych w danym przedziale i określa ich własności· szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując przesunięcie o wektor i określa ich własności· szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując symetrię względem osi układu współrzędnychoraz symetrię względem początku układu współrzędnych i określa ich własności· szkicuje wykresy , gdzie jest funkcją trygonometrycznąi określa ich własności· stosuje tożsamości trygonometryczne· dowodzi proste tożsamości trygonometryczne, podając odpowiednie założenia· oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji sinus lub cosinus· wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcjetrygonometryczne sumy i różnicy kątów· stosuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego· wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem wzorów redukcyjnych· rozwiązuje proste równania i nierówności trygonometryczne· posługuje się tablicami lub kalkulatorem do wyznaczenia kąta, przy danej wartości funkcjitrygonometrycznej | · oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: – 90°, 315°, 1080°· stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań· oblicza wartości funkcji trygonometrycznych dowolnych kątów· wyznacza kąt, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych· szkicuje wykres funkcji okresowej· stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości· wykorzystuje własności funkcji trygonometrycznych do obliczenia wartości tej funkcji dla danego kąta· szkicuje wykresy funkcji oraz , gdzie jest funkcją trygonometrycznąi określa ich własności· na podstawie wykresów funkcji trygonometrycznych szkicuje wykresy funkcji, będące efektemwykonania kilku operacji oraz określa ich własności· oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji tangens lub cotangens· stosuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego do przekształcania wyrażeń, w tymrównież do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych· stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania trudniejszych równańi nierówności trygonometrycznych**· wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz na funkcje kąta****podwojonego****· rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji trygonometrycznych** |

**Przedmiot: Matematyka – technikum po Gimnazjum – klasa 3**

**Zakres podstawowy i rozszerzony**

|  |  |
| --- | --- |
| **Wymagania podstawowe.****Uczeń:** | **Wymagania ponadpodstawowe.****Uczeń:** |
|

|  |
| --- |
| **Pogrubieniem** oznaczono wymagania, które wykraczają poza podstawę programową dla zakresu podstawowego.  |

 |
| 1. CIĄGI |
| · wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów· szkicuje wykres ciągu· wyznacza wzór ogólny ciągu, mając danych kilka jego początkowych wyrazów· wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym oraz ciągu określonegorekurencyjnie· wyznacza, które wyrazy ciągu przyjmują daną wartość· podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają dane warunki· uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny, mając dane jego kolejne wyrazy· bada, w prostszych przypadkach, monotoniczność ciągu· bada monotoniczność sumy i różnicy ciągów· wyznacza wyraz ciągu określonego wzorem ogólnym· wyznacza wzór ogólny ciągu będącego wynikiem wykonania działań na danych ciągach w prostychprzypadkach· podaje przykłady ciągów arytmetycznych· wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę· wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy· stosuje średnią arytmetyczną do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego· sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny (proste przypadki)· oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego· podaje przykłady ciągów geometrycznych· wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz· wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy· sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny (proste przypadki)· oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego· oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji· oblicza, oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania (proste przypadki)· bada na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę i w przypadku ciągu zbieżnego podaje jegogranicę· bada, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od liczby o podaną wartość oraz ile jest większych(mniejszych) od danej wartości (proste przypadki)· podaje granicę ciągów dla oraz dla k > 0· rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresy i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie magranicy· oblicza, granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych (prosteprzypadki)· podaje twierdzenie o rozbieżności ciągów: dla q > 0 oraz dla k > 0· sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny· oblicza sumę szeregu geometrycznego w prostych przypadkach | · wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki· bada monotoniczność ciągów· rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu· rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu· bada monotoniczność iloczynu i ilorazu ciągów· sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny· sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny· rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu arytmetycznegoi geometrycznego· wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetycznyi geometryczny· stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań· określa monotoniczność ciągu arytmetycznego i geometrycznego· rozwiązuje zadania związane z kredytami dotyczące okresu oszczędzania i wysokości oprocentowania· stosuje własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach· stosuje wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego w zadaniach· bada, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od liczby o podaną wartość oraz ile jest większych(mniejszych) od danej wartości· oblicza, granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych· stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego do rozwiązywania zadań, również osadzonychw kontekście praktycznym**· rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności****monotoniczności ciągu****· oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o trzech ciągach** |
| 2. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY |
| · uzasadnia w prostych przypadkach, że funkcja nie ma granicy w punkcie· oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzeń o granicach (proste przypadki)· oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie (proste przypadki)· oblicza granice niewłaściwe jednostronne w punkcie i granice w punkcie (proste przypadki)· oblicza granice funkcji w nieskończoności (proste przypadki)· wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji (proste przypadki)· sprawdza ciągłość nieskomplikowanych funkcji w punkcie· oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z definicji (proste przypadki)· stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczenia współczynnikakierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią OX(proste przypadki)2· korzysta ze wzorów (c)' = 0, (x)' = 1, ()' = 2x oraz ()' = do wyznaczenia funkcji pochodnej orazwartości pochodnej w punkcie· stosuje pochodną do wyznaczenia prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał (prosteprzypadki)· korzysta, w prostych przypadkach, z własności pochodnej do wyznaczenia przedziałówmonotoniczności funkcji· podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu· wyznacza ekstrema funkcji stosując warunek konieczny istnienia ekstremum· uzasadnia, że dana funkcja nie ma ekstremum (proste przypadki)· wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym i stosuje dorozwiązywania prostych zadań· zna i stosuje schemat badania własności funkcji· szkicuje wykres funkcji na podstawie jej własności (proste przypadki) | · uzasadnia, także na odstawie wykresu, że funkcja nie ma granicy w punkcie· uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie· oblicza granicę funkcji w punkcie· oblicza granice funkcji w punkcie, stosując własności granic funkcji sinus i cosinus w punkcie· oblicza granice w punkcie, także niewłaściwe· stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcjiw punkcie· oblicza w granice funkcji w nieskończoności· wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji· sprawdza ciągłość funkcji· wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub zbiorze· stosuje twierdzenie o przyjmowaniu wartości pośrednich oraz twierdzenie Weierstrassa· oblicza pochodną funkcji w punkcie· stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczenia współczynnikakierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią OX· uzasadnia istnienie pochodnej w punkcie· korzysta ze wzorów dla nC \{0}i x ≠ 0 oraz dla x ≥ 0 do wyznaczenia funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie· wyprowadza wzory na pochodną sumy i różnicy funkcji· wyznacza przedziały monotoniczności funkcji· uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze· wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna· wyznacza ekstrema funkcji stosując warunek konieczny i wystarczający istnienia ekstremum· uzasadnia, że funkcja nie ma ekstremum· wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym i stosuje dorozwiązywania trudniejszych zadań w tym optymalizacyjnych· bada własności funkcji i szkicuje jej wykres**· wyprowadza wzory na pochodną iloczynu i ilorazu funkcji****· rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące rachunku różniczkowego** |
| 3. PLANIMETRIA |
| · podaje i stosuje wzory na długość okręgu, długość łuku, pole koła i pole wycinka koła· rozpoznaje kąty wpisane i środkowe w okręgu oraz wskazuje łuki, na których są one oparte· stosuje, w prostych przypadkach, twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samymłuku oraz twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu· rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny· rozwiązuje zadania związane z okręgiem opisanym na trójkącie prostokątnym lub równoramiennym· określa własności czworokątów i stosuje je do rozwiązywania prostych zadań· sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg· sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg· stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie i wpisanym w czworokąt do rozwiązywania prostszych zadań także o kontekście praktycznym· stosuje twierdzenie sinusów do wyznaczenia długości boku trójkąta, miary kąta lub długości promienia okręgu opisanego na trójkącie· stosuje twierdzenie cosinusów do wyznaczenia długości boku lub miary kąta trójkąta | · stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu do rozwiązywania zadań o większym stopniu trudności· rozwiązuje zadania związane z okręgiem wpisanym w dowolny trójkąt i opisanym na dowolnym trójkącie· stosuje własności środka okręgu opisanego na trójkącie w zadaniach z geometrii analitycznej· stosuje różne wzory na pole trójkąta i przekształca je· stosuje własności czworokątów wypukłych oraz twierdzenia o okręgu opisanym na czworokącie i wpisanym w czworokąt do rozwiązywania trudniejszych zadań z planimetrii· stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów także o kontekście praktycznym**· dowodzi twierdzenia dotyczące kątów w okręgu****· dowodzi wzory na pole trójkąta****· dowodzi twierdzenia dotyczące okręgu wpisanego w wielokąt****· przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów****· rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące zastosowania twierdzenia sinusów i cosinusów** |
| 4. FUNKCJE WYKŁADNICZE I LOGARYTMY |
| · oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych· zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym· zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie· upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w prostych przypadkach· porównuje liczby przedstawione w postaci potęg· szkicuje wykres funkcji wykładniczej i określa jej własności · oblicza logarytm danej liczby· podaje założenia i zapisuje wyrażenia zawierające logarytmy w prostszej postaci· stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń· wyznacza dziedzinę funkcji logarytmicznej· szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności · wyznacza wzór funkcji wykładniczej lub logarytmicznej na podstawie współrzędnych punktu należącego do wykresu tej funkcji oraz szkicuje ten wykres· szkicuje wykresy funkcji wykładniczej i logarytmicznej, stosując przesunięcie o wektor· szkicuje wykres funkcji y = –f(x), y = f(–x), y = |f(x)|, y = f(|x|), mając dany wykres funkcji wykładniczej lub logarytmicznej y = f(x)· stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami · stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu przy przekształcaniu wyrażeń z logarytmami | · upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w bardziej złożonych sytuacjach· podaje przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych z wykorzystaniem tablic· stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń· szkicuje wykresy funkcji wykładniczej lub logarytmicznej otrzymane w wyniku złożenia kilku przekształceń· rozwiązuje proste równania wykładnicze, korzystając z różnowartościowości funkcji wykładniczej· rozwiązuje proste nierówności wykładnicze, korzystając z monotoniczności funkcji wykładniczej· rozwiązuje proste równania i nierówności logarytmiczne, korzystając z własności funkcji logarytmicznej· wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania zadań o kontekście praktycznym· rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wykładniczej lub logarytmicznej**· dowodzi twierdzenia o logarytmach****· wykorzystuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu w zadaniach na dowodzenie** **· rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej****· zaznacza w układzie współrzędnych zbiór punktów płaszczyzny (x, y) spełniających podany warunek** |
| 5. RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃŚTWA |
| · wypisuje wyniki danego doświadczenia· stosuje w typowych sytuacjach regułę mnożenia · przedstawia w prostych sytuacjach drzewo ilustrujące wyniki danego doświadczenia · wypisuje permutacje danego zbioru· stosuje definicję silni· oblicza w prostych sytuacjach liczbę permutacji danego zbioru· oblicza w prostych sytuacjach liczbę wariacji bez powtórzeń · oblicza w prostych sytuacjach liczbę wariacji z powtórzeniami · oblicza wartość symbolu Newtona· oblicza w prostych sytuacjach liczbę kombinacji · stosuje w prostych sytuacjach regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek · określa zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia· określa zbiór zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu· określa zdarzenia przeciwne, zdarzenia niemożliwe, zdarzenia pewne i zdarzenia wykluczające się· stosuje w prostych, typowych sytuacjach klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych · podaje rozkład prawdopodobieństwa· oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego· stosuje w prostych sytuacjach twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń · określa iloczyn zdarzeń· oblicza w prostych sytuacjach prawdopodobieństwo warunkowe · oblicza w prostych sytuacjach prawdopodobieństwo całkowite · ilustruje doświadczenie wieloetapowe za pomocą drzewa | · stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek· oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę permutacji danego zbioru· oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę wariacji bez powtórzeń · oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę wariacji z powtórzeniami · oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę kombinacji · rozwiązuje równania i nierówności, w których występuje symbol Newtona· zapisuje zdarzenia w postaci sumy, iloczynu oraz różnicy zdarzeń· stosuje w bardziej złożonych sytuacjach klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych · stosuje w bardziej złożonych sytuacjach twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń · stosuje własności prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń· stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń· oblicza w bardziej złożonych sytuacjach prawdopodobieństwo warunkowe · oblicza w bardziej złożonych sytuacjach prawdopodobieństwo całkowite · ilustruje doświadczenia wieloetapowe za pomocą drzewa i na tej podstawie oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń**· wykorzystuje wzór dwumianowy Newtona do rozwinięcia wyrażeń postaci i wyznaczania współczynników wielomianów****· uzasadnia zależności, w których występuje symbol Newtona****· rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące prawdopodobieństwa****· rozwiązuje zadania dotyczące niezależności zdarzeń****· stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń** |
| 6. STATYSTYKA |
| · oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę · oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych na diagramie· oblicza wariancję i odchylenie standardowe · oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami | · oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych pogrupowanych na różne sposoby · wykorzystuje średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną do rozwiązywania zadań· oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych na różne sposoby**· porównuje odchylenie przeciętne z odchyleniem standardowym****· rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki** |

**Przedmiot: Matematyka – technikum po Gimnazjum – klasa 4**

**Zakres podstawowy i rozszerzony**

|  |  |
| --- | --- |
| **Wymagania podstawowe.****Uczeń:** | **Wymagania ponadpodstawowe.****Uczeń:** |
|

|  |
| --- |
| **Pogrubieniem** oznaczono wymagania, które wykraczają poza podstawę programową dla zakresu podstawowego.  |

 |
| 1. STEREOMETRIA |
| • wskazuje w wielościanie proste prostopadłe, równoległe i skośne• wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę• określa liczby ścian, wierzchołków i krawędzi wielościanu• wskazuje elementy charakterystyczne wielościanu (np. wierzchołek ostrosłupa)• oblicza pola powierzchni bocznej i całkowitej graniastosłupa i ostrosłupa prostego• rysuje siatkę wielościanu na podstawie jej fragmentu• oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego• oblicza objętości graniastosłupa i ostrosłupa prawidłowego• wskazuje kąt między przekątną graniastosłupa a płaszczyzną jego podstawy• wskazuje kąty między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy • wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanu• rozwiązuje typowe zadania dotyczące kąta między prostą a płaszczyzną• stosuje w prostych sytuacjach funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości wielościanu • wskazuje elementy charakterystyczne bryły obrotowej (np. kąt rozwarcia stożka)• wskazuje przekroje wielościanu i bryły obrotowej• oblicza w prostych sytuacjach pole powierzchni i objętość bryły obrotowej • stosuje w prostych sytuacjach funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości bryły obrotowej • wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych | • przeprowadza wnioskowania dotyczące położenia prostych w przestrzeni• stosuje i przekształca wzory na pola powierzchni i objętości wielościanów• stosuje w bardziej złożonych sytuacjach funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości wielościanu • oblicza pola przekrojów wielościanu• oblicza miarę kąta dwuściennego między ścianami wielościanu oraz między ścianą wielościanu a jego przekrojem• stosuje w bardziej złożonych sytuacjach funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości bryły obrotowej • oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w kulę i opisanych na kuli• oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w walec i opisanych na walcu• oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w stożek i opisanych na stożku• wykorzystuje podobieństwo brył w rozwiązaniach zadań**• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące stereometrii****• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w wielościanach i bryłach obrotowych** |
| 2. PRZYKŁADY DOWODÓW W MATEMATYCE |
| • przeprowadza proste dowody dotyczące własności liczb• przeprowadza proste dowody dotyczące nierówności• przeprowadza proste dowody dotyczące własności figur płaskich | • przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności liczb• przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące nierówności• przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności figur płaskich**• przeprowadza dowód nie wprost** |

**3. POWTÓRZENIE**

Wymagania dotyczące powtarzanych wiadomości zostały opisane w propozycjach przedmiotowego systemu oceniania dla klas pierwszej i drugiej. W zakresie zaś rachunku prawdopodobieństwa, statystyki, funkcji wykładniczych i logarytmicznych oraz stereometrii opisane są powyżej.