**Wymagania edukacyjne z matematyki dla klas technikum po szkole podstawowej**

**Wymagania edukacyjne**

**Przedmiot: matematyka – technikum po SP – klasa 1 – zakres podstawowy i rozszerzony**

|  |  |
| --- | --- |
| **Wymagania podstawowe.**  **Uczeń:** | **Wymagania ponadpodstawowe.**  **Uczeń:** |
| **Pogrubieniem** oznaczono wymagania, które wykraczają poza podstawę programową. | |
| **1. LICZBY RZECZYWISTE** | |
| * podaje przykłady liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych oraz przyporządkowuje liczbę do odpowiedniego zbioru liczb * rozkłada liczby naturalne na czynniki pierwsze (proste przypadki) * rozróżnia liczby pierwsze i liczby złożone * stosuje cechy podzielności liczb * podaje dzielniki danej liczby naturalnej * znajduje największy wspólny dzielnik i najmniejszą wspólną wielokrotność liczb * porównuje liczby wymierne * podaje przykład liczby wymiernej zawartej między dwiema danymi liczbami oraz przykłady liczb niewymiernych * zaznacza na osi liczbowej daną liczbę wymierną, odczytuje z osi liczbowej współrzędne danego punktu * przedstawia liczby wymierne w różnych postaciach * wyznacza przybliżenia dziesiętne danej liczby rzeczywistej z zadaną dokładnością (również przy użyciu kalkulatora) oraz oblicza błąd przybliżenia * wyznacza rozwinięcie dziesiętne ułamków zwykłych, zamienia ułamki dziesiętne o skończonym rozwinięciu dziesiętnym na ułamki zwykłe * wykonuje proste działania w zbiorach liczb: całkowitych, wymiernych i rzeczywistych * oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia z liczby nieujemnej oraz wartość pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej * wyłącza czynnik przed znak pierwiastka kwadratowego * wykonuje działania na pierwiastkach tego samego stopnia, stosując odpowiednie twierdzenia * usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu * przekształca i oblicza wartości wyrażeń zawierających pierwiastki kwadratowe (proste przypadki) * szacuje wartości liczb niewymiernych * zapisuje i odczytuje liczbę w notacji wykładniczej * oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych * zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym * zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie * upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (proste przypadki) * porównuje liczby przedstawione w postaci potęg (proste przypadki) * stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń * wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu (proste przypadki) * interpretuje pojęcia procentu i punktu procentowego * oblicza procent danej liczby * oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba * wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent * posługuje się procentami w rozwiązywaniu prostych zadań praktycznych | * stosuje ogólny zapis liczb naturalnych: parzystych, nieparzystych, podzielnych przez 3 itp. * przedstawia liczbę naturalną w postaci iloczynu liczb pierwszych (trudniejsze przypadki) * wykorzystuje dzielenie z resztą do przedstawienia liczby naturalnej w postaci *a ∙ k + r* * konstruuje odcinki o długościach niewymiernych * wykonuje działania łączne na liczbach rzeczywistych (trudniejsze przypadki) * zamienia ułamek dziesiętny okresowy na ułamek zwykły * porównuje pierwiastki bez użycia kalkulatora * wyznacza wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki, stosując prawa działań na pierwiastkach * wyłącza czynnik przed znak pierwiastka dowolnego stopnia, włącza czynnik pod znak pierwiastka dowolnego stopnia * usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu * upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (trudniejsze przypadki) * porównuje liczby przedstawione w postaci potęg (trudniejsze przypadki) * stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadnienia równości wyrażeń * oblicza, o ile procent jedna liczba jest większa (mniejsza) od drugiej * rozwiązuje złożone zadania tekstowe, wykorzystując obliczenia procentowe   Na ocenę celującą dodatkowo:   * przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb * udowadnia prawa działań na potęgach o wykładnikach naturalnych (całkowitych) * dowodzi niewymierności niektórych liczb, np. * dowodzi, że suma (iloczyn) liczby wymiernej i niewymiernej jest liczbą niewymierną * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące liczb rzeczywistych |
| **2. JĘZYK MATEMATYKI** | |
| * **posługuje się pojęciami: zbiór, podzbiór, zbiór skończony, zbiór nieskończony** * opisuje symbolicznie dane zbiory * wymienia elementy danego zbioru oraz elementy do niego nienależące * **posługuje się pojęciem iloczynu, sumy oraz różnicy zbiorów** * zaznacza na osi liczbowej przedziały liczbowe * wyznacza przedział opisany podanymi nierównościami * **wyznacza iloczyn, sumę i różnicę przedziałów liczbowych oraz zaznacza je na osi liczbowej** * rozwiązuje proste nierówności liniowe, sprawdza, czy dana liczba spełnia daną nierówność * zaznacza na osi liczbowej zbiór rozwiązań nierówności liniowej * zapisuje zbiory w postaci przedziałów liczbowych,   np. *A* = {*x* ∈ **R**: *x* ≥ –4 ∧ *x* < 1} = <–4; 1)   * wyłącza wskazany jednomian przed nawias w sumie algebraicznej * mnoży sumy algebraiczne przez siebie oraz redukuje wyrazy podobne w otrzymanej sumie * zapisuje związki między wielkościami za pomocą wyrażeń algebraicznych w prostych przypadkach * stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych w prostych przypadkach * stosuje przekształcenia wyrażeń algebraicznych do rozwiązywania prostych równań i nierówności * oblicza wartość bezwzględną liczby rzeczywistej * stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania elementarnych równań i nierówności typu * stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania równań i nierówności typu , | * wyznacza iloczyn, sumę i różnicę danych zbiorów oraz dopełnienie zbioru * zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających układ nierówności liniowych z jedną niewiadomą * **wykonuje złożone działania na przedziałach liczbowych** * zapisuje związki między wielkościami za pomocą wyrażeń algebraicznych * przeprowadza dowody, stosując działania na wyrażeniach algebraicznych * stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych * stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach * usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu * stosuje przekształcenia algebraiczne do rozwiązywania równań i nierówności (trudniejsze przypadki) * stosuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym * upraszcza wyrażenia algebraiczne, korzystając z własności wartości bezwzględnej * wyznacza przedziały liczbowe określone za pomocą wartości bezwzględnej * wykorzystuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności z wartością bezwzględną typu * zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów, których współrzędne spełniają warunki zapisane za pomocą wartości bezwzględnej * wyprowadza wzory skróconego mnożenia   Na ocenę celującą dodatkowo:   * **formułuje i sprawdza hipotezy dotyczące praw działań na zbiorach\*** * dowodzi podzielności liczb w trudniejszych przypadkach * stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące zbiorów i własności wartości bezwzględnej |
| **3. UKŁADY RÓWNAŃ** | |
| * podaje przykładowe rozwiązania równania liniowego z dwiema niewiadomymi * sprawdza, czy podana para liczb spełnia dany układ równań * do danego równania dopisuje drugie równanie tak, aby rozwiązaniem była dana para liczb * wyznacza wskazaną zmienną z danego równania liniowego * rozwiązuje układy równań metodą podstawiania (proste przypadki) * określa, ile rozwiązań ma dany układ równań w prostych przypadkach * rozwiązuje układy równań metodą przeciwnych współczynników w prostych przypadkach * stosuje układy równań liniowych do rozwiązywania prostych zadań tekstowych | * zapisuje w postaci układu równań podane informacje tekstowe * dobiera współczynniki liczbowe w układzie równań tak, aby dana para liczb była jego rozwiązaniem * określa, ile rozwiązań ma dany układ równań * dopisuje drugie równanie tak, aby układ był sprzeczny, oznaczony, nieoznaczony * rozwiązuje układy równań w trudniejszych przypadkach, stosując przekształcenia algebraiczne i wzory skróconego mnożenia * zapisuje rozwiązanie układu nieoznaczonego * stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych, w tym zadań dotyczących prędkości oraz wielkości podanych za pomocą procentów: stężeń roztworów i lokat bankowych   Na ocenę celującą dodatkowo:   * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące układów równań, np. układy równań z trzema niewiadomymi, układy równań z parametrem * stosuje układy równań w trudniejszych zadaniach tekstowych |
| **4. FUNKCJE** | |
| * rozpoznaje przyporządkowania będące funkcjami * określa funkcję różnymi sposobami (grafem, wzorem, tabelą, wykresem, opisem słownym) * poprawnie stosuje pojęcia związane z pojęciem funkcji: dziedzina, zbiór wartości, argument, miejsce zerowe, wartość i wykres funkcji * odczytuje z wykresu dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, najmniejszą i największą wartość funkcji (w przypadku nieskomplikowanego wykresu) * odczytuje z wykresu wartość funkcji dla danego argumentu oraz argument dla danej wartości funkcji * na podstawie nieskomplikowanego wykresu funkcji określa argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne * określa na podstawie wykresu przedziały monotoniczności funkcji * wskazuje wykresy funkcji rosnących, malejących i stałych wśród różnych wykresów * wyznacza dziedzinę funkcji określonej tabelą lub opisem słownym * oblicza wartość funkcji dla różnych argumentów na podstawie wzoru funkcji * odczytuje argument odpowiadający podanej wartości funkcji (w prostych przypadkach) * sprawdza algebraicznie położenie punktu o danych współrzędnych względem wykresu funkcji danej wzorem * wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji danej wzorem z osiami układu współrzędnych (w prostych przypadkach) * rysuje w prostych przypadkach wykres funkcji danej wzorem * posługuje się pojęciem wektora i wektora przeciwnego * oblicza współrzędne wektora * sporządza wykresy funkcji: , , , , na podstawie danego wykresu funkcji * sporządza wykres funkcji: , jeśli ma dany wykres funkcji  (proste przypadki) * stosuje funkcje i ich własności w prostych sytuacjach praktycznych * wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne * stosuje zależność między wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi do rozwiązywania prostych zadań * wyznacza współczynnik proporcjonalności * podaje wzór proporcjonalności odwrotnej, jeśli zna współrzędne punktu należącego do wykresu * szkicuje wykres funkcji  dla danego *a* > 0 i *x* > 0 | * rozpoznaje i opisuje zależności funkcyjne w sytuacjach praktycznych * przedstawia daną funkcję na różne sposoby w trudniejszych przykładach * na podstawie wykresu funkcji określa liczbę rozwiązań równania *f*(*x*) = *m* dla ustalonej wartości *m* * na podstawie wykresu funkcji odczytuje zbiory rozwiązań nierówności:  dla ustalonej wartości *m* * odczytuje z wykresów funkcji rozwiązania równań i nierówności typu: *f*(*x*) = *g*(*x*), *f*(*x*)<*g*(*x*), *f*(*x*)>*g*(*x*) * szkicuje wykres funkcji spełniającej podane warunki oraz określonej różnymi wzorami w różnych przedziałach * wyznacza współrzędne początku lub końca wektora, jeśli ma dane współrzędne wektora i jednego z punktów * znajduje obraz figury w przesunięciu o dany wektor * zapisuje wzór funkcji, której wykres otrzymano w wyniku przesunięcia o dany wektor * szkicuje wykres funkcji będący efektem wykonania kilku operacji, jeśli ma dany wykres funkcji * sporządza wykres funkcji: , jeśli ma dany wykres funkcji * stosuje funkcje i ich własności sytuacjach praktycznych, w tym proporcjonalność odwrotną, do rozwiązywania zadań dotyczących drogi, prędkości i czasu   Na ocenę celującą dodatkowo:   * na podstawie definicji bada monotoniczność funkcji danej wzorem * udowadnia, że funkcja np. nie jest monotoniczna w swojej dziedzinie * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji |

**Przedmiot: matematyka – technikum po SP – klasa 2 – zakres podstawowy i rozszerzony**

|  |  |
| --- | --- |
| **Wymagania podstawowe.**  **Uczeń:** | **Wymagania ponadpodstawowe.**  **Uczeń:** |
| **Pogrubieniem** oznaczono wymagania, które wykraczają poza podstawę programową. | |
| **1. FUNKCJA LINIOWA** | |
| * rozpoznaje funkcję liniową na podstawie wzoru lub wykresu * rysuje wykres funkcji liniowej danej wzorem * oblicza wartość funkcji liniowej dla danego argumentu * wyznacza miejsce zerowe funkcji liniowej * oblicza współczynnik kierunkowy prostej, jeśli ma dane współrzędne dwóch punktów należących do tej prostej * interpretuje współczynniki ze wzoru funkcji liniowej * wyznacza algebraicznie oraz odczytuje z wykresu funkcji liniowej zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne * rozpoznaje wielkości wprost i odwrotnie proporcjonalne * odczytuje z wykresu funkcji liniowej jej własności: dziedzinę, zbiór wartości, miejsce zerowe, monotoniczność * wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dane dwa punkty * wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji liniowej z osiami układu współrzędnych * sprawdza algebraicznie i graficznie, czy dany punkt należy do wykresu funkcji liniowej * przekształca równanie ogólne prostej do postaci kierunkowej i odwrotnie * sprawdza, czy dane trzy punkty są współliniowe * stosuje warunek równoległości i prostopadłości prostych * wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej * wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest prostopadły do wykresu danej funkcji liniowej * rozwiązuje układ równań metodą algebraiczną i metodą graficzną * określa liczbę rozwiązań układu równań liniowych, korzystając z jego interpretacji geometrycznej | * sprawdza, dla jakich wartości parametru funkcja liniowa jest rosnąca, malejąca, stała * oblicza pole figury ograniczonej wykresami funkcji liniowych oraz osiami układu współrzędnych * sprawdza, dla jakich wartości parametru dwie proste są równoległe, prostopadłe * znajduje współrzędne wierzchołków wielokąta, gdy dane są równania prostych zawierających jego boki * rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi * **opisuje za pomocą układu nierówności liniowych zbiór punktów przedstawionych w układzie współrzędnych** * rozwiązuje równania i nierówności liniowe z parametrem * stosuje własności funkcji liniowej do rozwiązywania zadań tekstowych osadzonych w kontekście praktycznym * analizuje własności funkcji liniowej   Na ocenę celującą dodatkowo:   * określa własności funkcji liniowej w zależności od wartości parametrów występujących w jej wzorze * wykorzystuje własności funkcji liniowej w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych * rozwiązuje układ równań z parametrem * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji liniowej * wyprowadza równanie prostej o danym współczynniku kierunkowym przechodzącej przez dany punkt * udowadnia warunek prostopadłości prostych o danych równaniach kierunkowych |
|  | |
| **2. PLANIMETRIA** | |
| * rozróżnia trójkąty: ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne * stosuje twierdzenie o sumie miar kątów w trójkącie w prostych przypadkach * sprawdza, czy z trzech odcinków o danych długościach można zbudować trójkąt * udowadnia przystawanie trójkątów, wykorzystując cechy przystawania (proste przypadki) * wykorzystuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania prostych zadań * udowadnia podobieństwo trójkątów, wykorzystując cechy podobieństwa (proste przypadki) * zapisuje proporcje boków w trójkątach podobnych * wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania elementarnych zadań * sprawdza, czy dane figury są podobne * oblicza długości boków figur podobnych * stosuje w prostych zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych * wskazuje w wielokątach odcinki proporcjonalne * rozwiązuje proste zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa * udowadnia równoległość prostych stosując twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa * stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie w prostych przypadkach | * przeprowadza dowód twierdzenia o sumie miar kątów w trójkącie * stosuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania trudniejszych zadań geometrycznych * wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania praktycznych problemów i trudniejszych zadań geometrycznych * rozwiązuje zadania dotyczące podobieństwa wielokątów * rozwiązuje zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa * stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie do rozwiązywania zadań   Na ocenę celującą dodatkowo:   * przeprowadza dowód twierdzenia Talesa * przeprowadza dowód twierdzenia o dwusiecznej kąta w trójkącie * rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia z zastosowaniem twierdzenia Talesa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Talesa * stosuje własności podobieństwa figur podczas rozwiązywania zadań problemowych oraz zadań wymagających przeprowadzenia dowodu * stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie w zadaniach wymagających przeprowadzenia dowodu * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące przystawania i podobieństwa figur |
| **3. FUNKCJA KWADRATOWA** | |
| * szkicuje wykres funkcji i podaje jej własności * sprawdza algebraicznie, czy dany punkt należy do wykresu danej funkcji kwadratowej * szkicuje wykres funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej i podaje jej własności * ustala wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej na podstawie informacji o przesunięciach wykresu funkcji * przekształca wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do postaci ogólnej i odwrotnie * oblicza wyróżnik trójmianu kwadratowego * oblicza współrzędne wierzchołka paraboli, podaje równanie jej osi symetrii * znajduje brakujące współczynniki funkcji kwadratowej, jeśli zna współrzędne punktów należących do jej wykresu * rozwiązuje równania kwadratowe niepełne metodą rozkładu na czynniki oraz stosując wzory skróconego mnożenia * określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego w zależności od znaku wyróżnika * rozwiązuje równania kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki * wyznacza algebraicznie współrzędne punktów przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych * przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej, o ile taka postać istnieje * odczytuje miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej * rozwiązuje nierówności kwadratowe * rysuje wykres funkcji *y* = |*f*(*x*)|, gdy dany jest wykres funkcji kwadratowej *y* = *f*(*x*) | * szkicuje wykres funkcji kwadratowej i podaje jej własności * znajduje współczynniki funkcji kwadratowej, jeśli zna współrzędne punktów należących do jej wykresu * znajduje współczynniki funkcji kwadratowej na podstawie informacji o jej własnościach, np. zbiorze wartości, maksymalnych przedziałach monotoniczności * rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną * **znajduje iloczyn, sumę, różnicę zbiorów rozwiązań nierówności kwadratowych** * szkicuje wykres funkcji, który jest efektem wykonania dwóch przekształceń wykresu funkcji kwadratowej   Na ocenę celującą dodatkowo:   * przekształca na ogólnych danych wzór funkcji kwadratowej z postaci ogólnej do postaci kanonicznej * wyprowadza wzory na współrzędne wierzchołka paraboli * wyprowadza wzory na pierwiastki równania kwadratowego * szkicuje wykres funkcji, który jest efektem wykonania więcej niż dwóch przekształceń wykresu funkcji kwadratowej * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej |
| **4. WIELOMIANY** | |
| * podaje przykład wielomianu, określa jego stopień i podaje wartości jego współczynników * zapisuje wielomian w sposób uporządkowany * oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu * wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień * szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego * określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia * podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów, bez wykonywania mnożenia wielomianów * stosuje wzory na sześcian sumy lub różnicy oraz wzory na sumę i różnicę sześcianów * rozkłada wielomian na czynniki, stosując metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias * rozwiązuje proste równania wielomianowe * wyznacza punkty przecięcia wykresu wielomianu i prostej w prostych przypadkach * dzieli wielomian przez dwumian * sprawdza poprawność wykonanego dzielenia * zapisuje wielomian w postaci * wyznacza wartość parametru tak, aby dane wielomiany były równe w prostych przypadkach * sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian bez wykonywania dzielenia * sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu, i wyznacza pozostałe pierwiastki * określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi lub wymiernymi wielomianu o współczynnikach całkowitych * rozwiązuje równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzeń o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu w prostych przypadkach * wyznacza pierwiastki wielomianu i podaje ich krotność, gdy dany jest wielomian w postaci iloczynowej * znając stopień wielomianu i jego pierwiastek, bada, czy wielomian ma inne pierwiastki, oraz określa ich krotność * szkicuje wykres wielomianu, gdy dana jest jego postać iloczynowa * dobiera wzór wielomianu do szkicu wykresu * rozwiązuje nierówności wielomianowe, korzystając ze szkicu wykresu lub wykorzystując postać iloczynową wielomianu * opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu, wyznacza dziedzinę i rozwiązuje zadanie tekstowe w prostych przypadkach * oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów | * wyznacza współczynniki wielomianu spełniającego dane warunki * określa stopień wielomianu w zależności od parametru * oblicza sumę współczynników wielomianu * stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów; określa stopień wielomianu wielu zmiennych * wykonuje działania na wielomianach w trudniejszych przypadkach * stosuje wzory   oraz   * stosuje wzory do usuwania niewymierności  z mianownika * rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia * stosuje rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach różnych typów * rozkłada dany wielomian na czynniki, stosując metodę podaną w przykładzie * dzieli wielomian przez inny wielomian i zapisuje go w postaci * sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian bez wykonywania dzielenia * dzieli wielomian przez dwumian , stosując schemat Hornera * wyznacza resztę z dzielenia wielomianu, gdy podane są określone warunki * rozwiązuje równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzeń o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu w trudniejszych przypadkach * rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych * rozwiązuje równania wielomianowe metodą grupowania wyrazów i wyłączając wspólny czynnik przed nawias w trudniejszych przypadkach * szkicuje wykres wielomianu po wyznaczeniu jego pierwiastków * stosuje nierówności wielomianowe do wyznaczania dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastków * wykonuje działania na zbiorach określonych nierównościami wielomianowymi * rozwiązuje zadania z parametrem, korzystając z równań i nierówności wielomianowych * opisuje za pomocą wielomianu objętość lub pole powierzchni bryły oraz określa dziedzinę powstałej w ten sposób funkcji; wykorzystuje równania wielomianowe w zadaniach dotyczących związków miarowych w prostopadłościanach   Na ocenę celującą dodatkowo:   * stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń * rozwiązuje zadania z parametrem o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące wyznaczania reszty z dzielenia wielomianu przez np. wielomian stopnia drugiego * stosuje równania i nierówności wielomianowe do rozwiązywania zadań praktycznych o podwyższonym stopniu trudności * przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących wielomianów, np. twierdzenia Bézouta, twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu * przeprowadza dowód twierdzenia o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci  *x – a* (algorytm Hornera) w szczególnym przypadku |
| **5. FUNKCJE WYMIERNE** | |
| * szkicuje wykres funkcji (w prostych przypadkach także w podanym zbiorze), gdzie , i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności) * przesuwa wykres funkcji , gdzie , o wektor, podaje jej własności oraz podaje równania asymptot jej wykresu * podaje współrzędne wektora, o jaki należy przesunąć wykres funkcji , gdzie , aby otrzymać wykres w prostych przypadkach; szkicuje wykres funkcji * dobiera wzór funkcji do jej wykresu * przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej w prostych przypadkach * wyznacza równania asymptot wykresu funkcji homograficznej, korzystając z jej postaci kanonicznej * wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego * oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej * upraszcza w prostych przypadkach wyrażenia wymierne * wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w prostych przypadkach i podaje odpowiednie założenia * rozwiązuje równania wymierne, podaje i uwzględnia odpowiednie założenia * rozwiązuje, również graficznie, nierówności wymierne w prostych przypadkach * wyznacza ze wzoru dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej * stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierówności wymiernych w prostych przypadkach * wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania prostych zadań tekstowych | * wyznacza równania osi symetrii i współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej równaniem * przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej * szkicuje wykresy funkcji homograficznych i określa ich własności w trudniejszych przypadkach * wyznacza wzór funkcji homograficznej spełniającej podane warunki * rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej * wyznacza równanie hiperboli na podstawie informacji podanych na rysunku * szkicuje wykresy funkcji , , , gdzie *f* jest funkcją homograficzną, i opisuje ich własności * wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych, podaje odpowiednie założenia i zapisuje je w najprostszej postaci w trudniejszych przypadkach * mnoży wyrażenia wymierne dwóch zmiennych i podaje konieczne założenia * przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych; wyznacza z danego wzoru wskazaną zmienną * rozwiązuje równania i nierówności wymierne * znajduje współrzędne punktów wspólnych hiperboli i prostej * rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy równań, w których występują wyrażenia wymierne * rozwiązuje układy nierówności wymiernych * wyznacza dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej danej wzorem * wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań * rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernej * stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych w trudniejszych przypadkach * zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów spełniających określone warunki * rozwiązuje zadania tekstowe, wykorzystując wyrażenia wymierne, oraz zadania dotyczące związku między drogą, prędkością i czasem   Na ocenę celującą dodatkowo:   * przekształca wzory funkcji, w których występują sumy (lub różnice) wyrażeń ze znakiem wartości bezwzględnej, szkicuje ich wykresy i podaje własności * stosuje własności hiperboli do rozwiązywania zadań * wyznacza liczbę rozwiązań równań , i , gdzie *f* jest funkcją homograficzną, w zależności od parametru *m* * stosuje funkcje wymierne do rozwiązywania zadań z parametrem o podwyższonym stopniu trudności |
| **6. TRYGONOMETRIA** | |
| * stosuje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa w prostych przypadkach * wykorzystuje wzory na przekątną kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego * oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków * podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 30º, 45º, 60º * odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego * odczytuje z tablic miarę kąta ostrego, gdy zna wartość jego funkcji trygonometrycznej * oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest sinus lub cosinus kąta * rozwiązuje trójkąty prostokątne w prostych przypadkach * stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań praktycznych * wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu; przedstawia ten kąt na rysunku * stosuje wzory: , do obliczania wartości wyrażenia * oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych, korzystając z tablic wartości funkcji trygonometrycznych * zaznacza w układzie współrzędnych kąt, gdy dana jest wartość jego funkcji trygonometrycznej * stosuje w zadaniach wzór na pole trójkąta: oraz wzór na pole trójkąta równobocznego o boku *a*: * rozróżnia czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności * wykorzystuje w zadaniach wzory na pola czworokątów w prostych przypadkach * wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich w prostych przypadkach | * wyznacza w trudniejszych przypadkach długości odcinków w trójkącie, korzystając z twierdzenia Pitagorasa * wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego * wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach * uzasadnia proste zależności, korzystając z własności funkcji trygonometrycznych * stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania trójkątów i w zadaniach praktycznych * stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne * uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi kątów ostrych i 9 * wyprowadza wzór na jedynkę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta * przekształca w trudniejszych przypadkach wyrażenia trygonometryczne, stosując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta * oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest tangens lub cotangens kąta * uzasadnia, że podana równość jest tożsamością trygonometryczną * wykorzystuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania zadań * stosuje podczas rozwiązywania zadań wzór na pole trójkąta * wyprowadza wzór * oblicza pola czworokątów w trudniejszych przypadkach * wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów * uzasadnia niektóre własności czworokątów   Na ocenę celującą dodatkowo:   * przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa * uzasadnia związki miarowe w czworokątach * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii, w tym zadania na dowodzenie związków miarowych w trójkątach i czworokątach |

**Przedmiot: matematyka – technikum po SP – klasa 3 – zakres podstawowy i rozszerzony**

|  |  |
| --- | --- |
| **Wymagania podstawowe.**  **Uczeń:** | **Wymagania ponadpodstawowe.**  **Uczeń:** |
| **Pogrubieniem** oznaczono wymagania, które wykraczają poza podstawę programową. | |
| **1. PLANIMETRIA** | |
| * podaje i stosuje wzory na długość okręgu, długość łuku, pole koła i pole wycinka koła * rozpoznaje kąty wpisane i środkowe w okręgu oraz wskazuje łuki, na których są one oparte * stosuje, w prostych przypadkach, twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny * rozwiązuje zadania związane z okręgiem opisanym na trójkącie prostokątnym lub równoramiennym * określa własności czworokątów i stosuje je do rozwiązywania prostych zadań * sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg * sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg * stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie i wpisanym w czworokąt do rozwiązywania prostszych zadań także o kontekście praktycznym * stosuje twierdzenie sinusów do wyznaczenia długości boku trójkąta, miary kąta lub długości promienia okręgu opisanego na trójkącie * stosuje twierdzenie cosinusów do wyznaczenia długości boku lub miary kąta trójkąta | * stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu do rozwiązywania zadań o większym stopniu trudności * rozwiązuje zadania związane z okręgiem wpisanym w dowolny trójkąt i opisanym na dowolnym trójkącie * stosuje własności środka okręgu opisanego na trójkącie w zadaniach z geometrii analitycznej * stosuje różne wzory na pole trójkąta i przekształca je * stosuje własności czworokątów wypukłych oraz twierdzenia o okręgu opisanym na czworokącie i wpisanym w czworokąt do rozwiązywania trudniejszych zadań z planimetrii * stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów także o kontekście praktycznym   Na ocenę celującą dodatkowo:   * dowodzi twierdzenia dotyczące kątów w okręgu * dowodzi wzory na pole trójkąta * dowodzi twierdzenia dotyczące okręgu wpisanego w wielokąt * przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów * rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące zastosowania twierdzenia sinusów i cosinusów |
| **2. FUNKCJE WYKŁADNICZE I LOGARYTMICZNE** | |
| * oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych * zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym * zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie * upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w prostych przypadkach * porównuje liczby przedstawione w postaci potęg * szkicuje wykres funkcji wykładniczej i określa jej własności * oblicza logarytm danej liczby * podaje założenia i zapisuje wyrażenia zawierające logarytmy w prostszej postaci * stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń * wyznacza dziedzinę funkcji logarytmicznej * szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności * wyznacza wzór funkcji wykładniczej lub logarytmicznej na podstawie współrzędnych punktu należącego do wykresu tej funkcji oraz szkicuje ten wykres * szkicuje wykresy funkcji wykładniczej i logarytmicznej, stosując przesunięcie o wektor * szkicuje wykres funkcji y = –f(x), y = f(–x), y = |f(x)|, y = f(|x|), mając dany wykres funkcji wykładniczej lub logarytmicznej y = f(x) * stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń * z logarytmami * stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu przy przekształcaniu wyrażeń z logarytmami | * upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w bardziej złożonych sytuacjach * podaje przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych z wykorzystaniem tablic * stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń * szkicuje wykresy funkcji wykładniczej lub logarytmicznej otrzymane w wyniku złożenia kilku przekształceń * rozwiązuje proste równania wykładnicze, korzystając z różnowartościowości funkcji wykładniczej * rozwiązuje proste nierówności wykładnicze, korzystając z monotoniczności funkcji wykładniczej * rozwiązuje proste równania i nierówności logarytmiczne, korzystając z własności funkcji logarytmicznej * wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania zadań o kontekście praktycznym * rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wykładniczej lub logarytmicznej   Na ocenę celującą dodatkowo:   * dowodzi twierdzenia o logarytmach * wykorzystuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu w zadaniach na dowodzenie * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej * zaznacza w układzie współrzędnych zbiór punktów płaszczyzny (x, y) spełniających podany warunek |
| **3. FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE DOWOLNEGO KĄTA** | |
| * zaznacza kąt w układzie współrzędnych, wskazuje jego ramię początkowe i końcowe * wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu * określa znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta * oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: 90°, 120°, 135°, 225° * określa, w której ćwiartce układu współrzędnych leży końcowe ramię kąta, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych * wykorzystuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań * zamienia miarę stopniową na łukową i odwrotnie * odczytuje okres podstawowy funkcji na podstawie jej wykresu * szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych w danym przedziale i określa ich własności * szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując przesunięcie o wektor i określa ich własności * szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując symetrię względem osi układu współrzędnych oraz symetrię względem początku układu współrzędnych i określa ich własności * szkicuje wykresy funkcji oraz , gdzie jest funkcją trygonometryczną i określa ich własności * stosuje tożsamości trygonometryczne * dowodzi proste tożsamości trygonometryczne, podając odpowiednie założenia * oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji sinus lub cosinus * wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów * stosuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego * wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem wzorów redukcyjnych * rozwiązuje proste równania i nierówności trygonometryczne * posługuje się tablicami lub kalkulatorem do wyznaczenia kąta, przy danej wartości funkcji trygonometrycznej | * oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: – 90°, 315°, 1080° * stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań * oblicza wartości funkcji trygonometrycznych dowolnych kątów * wyznacza kąt, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych * szkicuje wykres funkcji okresowej * stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości * wykorzystuje własności funkcji trygonometrycznych do obliczenia wartości tej funkcji dla danego kąta * szkicuje wykresy funkcji oraz , gdzie jest funkcją trygonometryczną i określa ich własności * na podstawie wykresów funkcji trygonometrycznych szkicuje wykresy funkcji, będące efektem wykonania kilku operacji oraz określa ich własności * oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji tangens lub cotangens * stosuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego do przekształcania wyrażeń, w tym również do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych * stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania trudniejszych równań i nierówności trygonometrycznych   Na ocenę celującą dodatkowo:   * wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz na funkcje kąta podwojonego * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji trygonometrycznych |
| **4. GEOMETRIA ANALITYCZNA** | |
| * oblicza odległość punktów w układzie współrzędnych * wyznacza współrzędne środka odcinka, mając dane współrzędne jego końców * oblicza odległość punktu od prostej * wyznacza środek i promień okręgu, mając jego równanie * opisuje równaniem okrąg o danym środku i przechodzący przez dany punkt * określa, ile punktów wspólnych mają prosta i okrąg przy danych warunkach * oblicza pole figury stosując zależności między okręgami stycznymi w prostych przypadkach * określa, ile punktów wspólnych mają prosta i okrąg przy danych warunkach * opisuje koło w układzie współrzędnych * sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu (koła) * podaje, w prostych przypadkach, geometryczną interpretację rozwiązania układu nierówności stopnia drugiego * sprawdza, czy wektory mają ten sam kierunek i zwrot * wykonuje działania na wektorach * stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów * stosuje działania na wektorach do podziału odcinka * wyznacza współrzędne punktów w danej jednokładności * wyznacza współrzędne punktów w danej symetrii osiowej lub środkowej * rozpoznaje figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne | * stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań * stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań dotyczących równoległoboków * sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu * wyznacza wartość parametru tak, aby równanie opisywało okrąg * stosuje równanie okręgu w zadaniach * stosuje układy równań drugiego stopnia do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej * stosuje działania na wektorach oraz ich interpretację geometryczną w zadaniach * opisuje układem nierówności przedstawiony podzbiór płaszczyzny * stosuje własności jednokładności w zadaniach   Na ocenę celującą dodatkowo:   * wyprowadza wzór na odległość punktu od prostej * wykorzystuje działania na wektorach do dowodzenia twierdzeń * rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej o znacznym stopniu trudności |
| **5. STATYSTYKA** | |
| * oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę * oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych na diagramie * oblicza wariancję i odchylenie standardowe * oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami | * oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych pogrupowanych na różne sposoby * wykorzystuje średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną do rozwiązywania zadań * oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych na różne sposoby   Na ocenę celującą dodatkowo:   * porównuje odchylenie przeciętne z odchyleniem standardowym * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki |