WYMAGANIA EDUKACYJNE Z MATEMATYKI – Liceum zakres podstawowy

KLASA 2

1. PLANIMETRIA

|  |  |
| --- | --- |
| Wymagania podstawowe | Wymagania ponadpodstawowe |
| • rozróżnia trójkąty: ostrokątne, prostokątne,  rozwartokątne  • stosuje twierdzenie o sumie miar kątów w  trójkącie  • sprawdza, czy z trzech odcinków o danych  długościach można zbudować trójkąt  • uzasadnia przystawanie trójkątów,  wykorzystując cechy przystawania  • wykorzystuje cechy przystawania trójkątów  do rozwiązywania prostych zadań  • uzasadnia podobieństwo trójkątów,  wykorzystując cechy podobieństwa  • zapisuje proporcje boków w trójkątach  podobnych  • wykorzystuje podobieństwo trójkątów do  rozwiązywania elementarnych zadań  • sprawdza, czy dane figury są podobne  • oblicza długości boków figur podobnych  • posługuje się pojęciem skali do obliczania  odległości i powierzchni przedstawionych za  pomocą planu lub mapy  • stosuje w zadaniach twierdzenie o stosunku  pól figur podobnych  • wskazuje w wielokątach odcinki  proporcjonalne  • rozwiązuje proste zadania, wykorzystując  twierdzenie Talesa  • stosuje twierdzenie Pitagorasa  • wykorzystuje wzory na przekątną kwadratu i  wysokość trójkąta równobocznego  • oblicza wartości funkcji trygonometrycznych  kąta ostrego w trójkącie prostokątnym, gdy  dane są boki tego trójkąta  • rozwiązuje trójkąty prostokątne  • stosuje w zadaniach wzór na pole trójkąta:  oraz wzór na pole trójkąta równobocznego  o boku a: | • przeprowadza dowód twierdzenia o sumie  miar kątów w trójkącie  • stosuje cechy przystawania trójkątów do  rozwiązywania trudniejszych zadań  geometrycznych  • wykorzystuje podobieństwo trójkątów do  rozwiązywania praktycznych problemów  • przeprowadza dowód twierdzenia Talesa  • stosuje twierdzenia o związkach miarowych  podczas rozwiązywania zadań, które  wymagają przeprowadzenia dowodu  • rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia  i dowodzenia z zastosowaniem twierdzenia  Talesa i twierdzenia odwrotnego do  twierdzenia Talesa  • stosuje własności podobieństwa figur  podczas rozwiązywania zadań problemowych  oraz zadań wymagających przeprowadzenia  dowodu  • stosuje własności czworokątów podczas  rozwiązywania zadań, które wymagają  przeprowadzenia dowodu  • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu  trudności dotyczące przystawania i  podobieństw figur |

1. SUMY ALGEBRAICZNE

|  |  |
| --- | --- |
| * Rozpoznaje jednomiany i sumy algebraiczne * Oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych * Redukuje wyrazy podobne w sumie algebraicznej * Dodaje , odejmuje i mnoży sumy algebraiczne * Przekształca wyrażenia algebraiczne, uwzględniając kolejność wykonywanych działań * Przekształca wyrażenia algebraiczne z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia * Stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach postaci a+b * Rozwiązuje równania kwadratowe niepełne metodą rozkładu na czynniki oraz stosując wzory skróconego mnożenia * Rozwiązuje równania kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki * Przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej * Rozwiązuje równania wyższych stopni, korzystając z definicji pierwiastka i własności iloczynu | * Rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do równań kwadratowych * Rozwiązuje równania wyższych stopni, stosując zasadę wyłączania wspólnego czynnika przed nawias * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące rozwiązywania równań wyższego stopnia * korzystając z wykresu wielomianu, podaje miejsca zerowe, zbiór argumentów, dla których wielomian przyjmuje wartości dodatnie/ujemne/niedodatnie/nieujemne * rozwiązuje zadania tekstowe z zastosowaniem wykresu lub wzoru wielomianu |

3. FUNKCJE WYMIERNE

|  |  |
| --- | --- |
| • wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne  • stosuje zależność między wielkościami  odwrotnie proporcjonalnymi do  rozwiązywania prostych zadań  • wyznacza współczynnik proporcjonalności  • podaje wzór proporcjonalności odwrotnej,  znając współrzędne punktu należącego do  wykresu  • szkicuje wykres funkcji , gdzie i podaje jej  własności (dziedzinę, zbiór wartości,  przedziały monotoniczności)  • szkicuje wykresy funkcji oraz i odczytuje jej  własności  • wyznacza asymptoty wykresu powyższych  funkcji  • dobiera wzór funkcji do jej wykresu  • wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia  wymiernego  • oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla  danej wartości zmiennej  • skraca i rozszerza proste wyrażenia  wymierne  • wykonuje działania na wyrażeniach  wymiernych (proste przypadki) i podaje  odpowiednie założenia  • rozwiązuje proste równania wymierne  • wykorzystuje wyrażenia wymierne do  rozwiązywania prostych zadań tekstowych | • rozwiązuje zadania tekstowe, stosując  proporcjonalność odwrotną  • szkicuje wykres funkcji w podanych  przedziałach   * wyznacza współczynnik a tak, aby funkcja spełniała podane warunki   • wyznacza wzory funkcji oraz spełniających  podane warunki  • wyznacza dziedzinę wyrażenia wymiernego,  korzystając z prostych równań  kwadratowych  • wykonuje działania na wyrażeniach  wymiernych i podaje odpowiednie założenia  • przekształca wzory, stosując działania na  wyrażeniach wymiernych  • rozwiązuje równania wymierne  • wykorzystuje wyrażenia wymierne do  rozwiązywania trudniejszych zadań tekstowych  • wykorzystuje wielkości odwrotnie  proporcjonalne do rozwiązywania zadań  tekstowych dotyczących prędkości  • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu  trudności dotyczące funkcji i wyrażeń  wymiernych  • przekształca wzór funkcji homograficznej do  postaci kanonicznej i szkicuje wykres funkcji  oraz podaje jej własności |

4. FUNKCJE WYKŁADNICZE I LOGARYTMY

|  |  |
| --- | --- |
| • oblicza potęgi o wykładnikach  wymiernych  • zapisuje daną liczbę w postaci potęgi  o wykładniku wymiernym  • zapisuje daną liczbę w postaci potęgi  o danej podstawie  • upraszcza wyrażenia, stosując prawa  działań na potęgach (proste  przypadki)  • porównuje liczby przedstawione w  postaci potęg (proste przypadki)  • wyznacza wartości funkcji  wykładniczej dla podanych  argumentów  • sprawdza, czy punkt należy do  wykresu funkcji wykładniczej  • wyznacza wzór funkcji wykładniczej i  szkicuje jej wykres, znając  współrzędne punktu należącego do jej  wykresu  • szkicuje wykres funkcji wykładniczej,  stosując przesunięcie o wektor i  określa jej własności  • szkicuje wykres funkcji, będący  efektem jednego przekształcenia  wykresu funkcji wykładniczej i określa  jej własności  • oblicza logarytm danej liczby  • stosuje równości wynikające z  definicji logarytmu do prostych  obliczeń  • wyznacza podstawę logarytmu lub  liczbę logarytmowaną, gdy dana jest  jego wartość  • rozwiązuje równania wykładnicze,  stosując logarytm  • oblicza logarytm iloczynu, ilorazu i  potęgi, stosując odpowiednie  twierdzenia o logarytmach | • upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań  na potęgach  • porównuje liczby przedstawione w postaci  potęg  • odczytuje rozwiązania nierówności na  postawie wykresów funkcji wykładniczych  • podaje odpowiednie założenia dla podstawy  logarytmu lub liczby logarytmowanej  • podaje przybliżoną wartość logarytmów  dziesiętnych z wykorzystaniem tablic  • stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu,  ilorazu i potęgi do uzasadnienia równości  wyrażeń  • wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i  logarytmu do rozwiązywania zadań o  kontekście praktycznym  • dowodzi twierdzenia o logarytmach  • wykorzystuje twierdzenie o zmianie  podstawy logarytmu w zadaniach  • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu  trudności dotyczące funkcji wykładniczej i  logarytmicznej |

5. CIĄGI

|  |  |
| --- | --- |
| • wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych  jest kilka jego początkowych wyrazów  • szkicuje wykres ciągu  • wyznacza wzór ogólny ciągu, mając danych  kilka jego początkowych wyrazów  • wyznacza początkowe wyrazy ciągu  określonego wzorem ogólnym lub słownie  • wyznacza, które wyrazy ciągu przyjmują daną  wartość  • podaje przykłady ciągów monotonicznych,  których wyrazy spełniają dane warunki  • uzasadnia, że dany ciąg nie jest  monotoniczny, mając dane jego kolejne  wyrazy  • wyznacza wyraz ciągu określonego wzorem  ogólnym  • podaje przykłady ciągów arytmetycznych  • wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego,  mając dany pierwszy wyraz i różnicę  • wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego,  mając dane dowolne dwa jego wyrazy  • sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny  (proste przypadki)  • wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego,  mając dane dowolne dwa jego wyrazy  • sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny  (proste przypadki)  • stosuje średnią arytmetyczną do wyznaczania  wyrazów ciągu arytmetycznego (proste  przypadki)  • określa monotoniczność ciągu  arytmetycznego i geometrycznego  • oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu  arytmetycznego i geometrycznego  • podaje przykłady ciągów geometrycznych  • wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego,  mając dany pierwszy wyraz i iloraz  • stosuje monotoniczność ciągu  geometrycznego do rozwiązywania prostych  zadań  • stosuje własności ciągu arytmetycznego lub  geometrycznego do rozwiązywania prostych  zadań  • oblicza wysokość kapitału przy różnym  okresie kapitalizacji  • oblicza oprocentowanie lokaty (proste  przypadki) | • wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego  podane warunki  • bada monotoniczność ciągów  • rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące  monotoniczności ciągu  • wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z  podanymi wartościami tworzyły ciąg  arytmetyczny lub geometryczny  •sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny  • sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny  • rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru  na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego  • rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru  na sumę wyrazów ciągu geometrycznego  • określa monotoniczność ciągu  arytmetycznego i geometrycznego  • stosuje własności ciągu arytmetycznego i  geometrycznego w zadaniach  • rozwiązuje zadania związane z kredytami  dotyczące okresu oszczędzania i wysokości  oprocentowania  • rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu  trudności dotyczące monotoniczności ciągu  • wyznacza wyrazy ciągu określonego  rekurencyjnie  • dowodzi wzór na sumę n początkowych  wyrazów ciągu arytmetycznego  • stosuje średnią geometryczną do  rozwiązywania zadań  • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu  trudności dotyczące ciągów |

6. TRYGONOMETRIA

|  |  |
| --- | --- |
| • podaje definicje funkcji trygonometrycznych  kąta ostrego w trójkącie prostokątnym  • podaje wartości funkcji trygonometrycznych  kątów 30°, 45°, 60°  • oblicza wartości funkcji trygonometrycznych  kątów ostrych w trójkącie prostokątnym  • odczytuje z tablic wartości funkcji  trygonometrycznych danego kąta ostrego  • znajduje w tablicach kąt ostry, gdy dana jest  wartość jego funkcji trygonometrycznej  • rozwiązuje trójkąty prostokątne w prostych  zadaniach  • oblicza wartości pozostałych funkcji  trygonometrycznych, mając dany sinus,  cosinus kąta  • podaje związki między funkcjami  trygonometrycznymi tego samego kąta  • stosuje zależności między funkcjami  trygonometrycznymi do upraszczania wyrażeń  zawierających funkcje trygonometryczne  • stosuje funkcje trygonometryczne do  rozwiązywania prostych zadań osadzonych w  kontekście praktycznym  • zaznacza kąt w układzie współrzędnych  • wyznacza wartości funkcji  trygonometrycznych kąta, gdy dane są  współrzędne punktu leżącego na jego  końcowym ramieniu  • określa znaki funkcji trygonometrycznych  danego kąta  • oblicza wartości funkcji trygonometrycznych  szczególnych kątów, np.: 90°, 120°, 135° | • oblicza wartości funkcji trygonometrycznych  kątów ostrych w bardziej złożonych  sytuacjach  • stosuje funkcje trygonometryczne do  rozwiązywania zadań praktycznych o  podwyższonym stopniu trudności  • rozwiązuje trójkąty prostokątne  • oblicza wartości pozostałych funkcji  trygonometrycznych, mając dany tangens  kąta  • uzasadnia związki między funkcjami  trygonometrycznymi  • rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu  trudności dotyczące funkcji  trygonometrycznych  • stosuje związek między współczynnikiem  kierunkowym a kątem nachylenia prostej do  osi OX |

7. PLANIMETRIA 2

|  |  |
| --- | --- |
| • podaje i stosuje wzory na długość okręgu,  długość łuku, pole koła i pole wycinka koła  • określa wzajemne położenie okręgów, mając  dane promienie tych okręgów oraz odległość  ich środków  • oblicza pola figur, stosując zależności między  okręgami (proste przypadki)  • określa liczbę punktów wspólnych prostej i  okręgu przy danych warunkach  • stosuje własności stycznej do okręgu do  rozwiązywania prostych zadań  • rozpoznaje kąty wpisane i środkowe w okręgu  oraz wskazuje łuki, na których są one oparte  • stosuje twierdzenie o kącie środkowym i  kącie wpisanym, opartych na tym samym łuku  (proste przypadki)  • podaje różne wzory na pole trójkąta  • oblicza pole trójkąta, dobierając odpowiedni  wzór (proste przypadki)  • rozwiązuje zadania dotyczące okręgu  wpisanego w trójkąt prostokątny lub  równoboczny  • rozwiązuje zadania związane z okręgiem  opisanym na trójkącie  • podaje wzory na pole równoległoboku,  rombu i trapezu  • wykorzystuje funkcje trygonometryczne do  wyznaczania pól czworokątów (proste  przypadki)  • oblicza odległość punktów w układzie  współrzędnych  • oblicza odwód wielokąta, mając dane  współrzędne jego wierzchołków  • stosuje wzór na odległość między punktami  do rozwiązywania prostych zadań  • wyznacza współrzędne środka odcinka, mając  dane współrzędne jego końców  • rysuje figury symetryczne w danej symetrii  osiowej  • konstruuje figury symetryczne w danej  symetrii środkowej  • określa liczbę i wskazuje osi symetrii figury  • wskazuje środek symetrii figury  • znajduje obrazy figur geometrycznych w  symetrii osiowej względem osi układu  współrzędnych  • znajduje obrazy figur geometrycznych w  symetrii środkowej względem środka układu  współrzędnych  • stosuje własności symetrii osiowej i  środkowej do rozwiązywania prostych zadań | • stosuje wzory na długość okręgu, długość  łuku okręgu, pole koła i pole wycinka koła do  obliczania pól i obwodów figur  • oblicza pole figury, stosując zależności między  okręgami  • stosuje własności stycznej do okręgu do  rozwiązywania trudniejszych zadań  • stosuje twierdzenie o kącie środkowym i  kącie wpisanym, opartych na tym samym łuku  oraz wnioski z tego twierdzenia do  rozwiązywania zadań o większym stopniu  trudności  • stosuje różne wzory na pole trójkąta i  przekształca je  • wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól  trójkątów do obliczania pól innych wielokątów  • rozwiązuje zadania związane z okręgiem  wpisanym w dowolny trójkąt i opisanym na  dowolnym trójkącie  • stosuje własności środka okręgu opisanego  na trójkącie w zadaniach z geometrii  analitycznej  • wykorzystuje funkcje trygonometryczne do  wyznaczania pól czworokątów  • stosuje wzór na odległość między punktami  oraz środek odcinka do rozwiązywania  trudniejszych zadań  • stosuje własności symetrii osiowej i  środkowej do rozwiązywania trudniejszych  zadań  • dowodzi twierdzenia dotyczące kątów w  okręgu  • dowodzi wzoru na pole trójkąta  • rozwiązuje zadania z planimetrii o znacznym  stopniu trudności  • stosuje przesunięcie figury o wektor do  rozwiązywania zadań  • podaje środek obrotu i kąt obrotu w  prostych sytuacjach  • opisuje równaniem okrąg o danym środku i  przechodzący przez dany punkt  • wyznacza środek i promień okręgu, mając  jego równanie |

KLASA 3

1. STATYSTYKA

|  |  |
| --- | --- |
| • oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza  medianę i dominantę  • oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza  medianę i dominantę danych pogrupowanych  na różne sposoby  • oblicza wariancję i odchylenie standardowe  • oblicza średnią ważoną liczb z podanymi  wagami | • oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza  medianę i dominantę danych  przedstawionych na diagramie  • wykorzystuje średnią arytmetyczną, medianę,  dominantę i średnią ważoną do  rozwiązywania zadań  • oblicza wariancję i odchylenie standardowe  zestawu danych przedstawionych na różne  sposoby  • porównuje odchylenie przeciętne z  odchyleniem standardowym  • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu  trudności dotyczące statystyki |

2 RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA

|  |  |
| --- | --- |
| • wypisuje wyniki danego doświadczenia  • stosuje w typowych sytuacjach regułę  mnożenia  • przedstawia w prostych sytuacjach drzewo  ilustrujące wyniki danego doświadczenia  • wypisuje permutacje danego zbioru  • stosuje definicję silni  • oblicza w prostych sytuacjach liczbę  permutacji danego zbioru  • oblicza w prostych sytuacjach liczbę wariacji  bez powtórzeń  • oblicza w prostych sytuacjach liczbę wariacji z  powtórzeniami  • stosuje w prostych sytuacjach regułę  dodawania do wyznaczenia liczby wyników  doświadczenia spełniających dany warunek  • określa zbiór zdarzeń elementarnych danego  doświadczenia  • określa zbiór zdarzeń elementarnych  sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu  • określa zdarzenia przeciwne, zdarzenia  niemożliwe, zdarzenia pewne i zdarzenia  wykluczające się  • podaje rozkład prawdopodobieństwa dla  rzutów kostką, monetą  • stosuje w prostych, typowych sytuacjach  klasyczną definicję prawdopodobieństwa do  obliczania prawdopodobieństw zdarzeń  losowych  • podaje rozkład prawdopodobieństwa  • oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia  przeciwnego  • stosuje w prostych sytuacjach twierdzenie o  prawdopodobieństwie sumy zdarzeń | • stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania  do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia  spełniających dany warunek  • oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę  permutacji danego zbioru  • oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę  wariacji bez powtórzeń  • oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę  wariacji z powtórzeniami  • zapisuje zdarzenia w postaci sumy, iloczynu  oraz różnicy zdarzeń  • stosuje w bardziej złożonych sytuacjach  klasyczną definicję prawdopodobieństwa do  obliczania prawdopodobieństw zdarzeń  losowych  • stosuje własności prawdopodobieństwa do  obliczania prawdopodobieństw zdarzeń  • stosuje własności prawdopodobieństwa w  dowodach twierdzeń  • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu  trudności dotyczące prawdopodobieństwa  • ilustruje doświadczenia wieloetapowe za  pomocą drzewa i na tej podstawie oblicza  prawdopodobieństwa zdarzeń |

3. STEREOMETRIA

|  |  |
| --- | --- |
| • wskazuje w wielościanie proste prostopadłe,  równoległe i skośne  • wskazuje w wielościanie rzut prostokątny  danego odcinka na daną płaszczyznę  • określa liczby ścian, wierzchołków i krawędzi  wielościanu  • wskazuje elementy charakterystyczne  wielościanu (np. wierzchołek ostrosłupa)  • oblicza pola powierzchni bocznej i całkowitej  graniastosłupa i ostrosłupa prostego  • rysuje siatkę wielościanu na podstawie jej  fragmentu  • oblicza długości przekątnych graniastosłupa  prostego  • oblicza objętości graniastosłupa i ostrosłupa  prawidłowego  • wskazuje kąt między przekątną  graniastosłupa a płaszczyzną jego podstawy  • wskazuje kąty między odcinkami w  ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy  • wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami  wielościanu  • rozwiązuje typowe zadania dotyczące kąta  między prostą a płaszczyzną  • stosuje w prostych sytuacjach funkcje  trygonometryczne do obliczania pola  powierzchni i objętości wielościanu  • wskazuje przekroje prostopadłościanu  • wskazuje elementy charakterystyczne bryły  obrotowej (np. kąt rozwarcia stożka)  • oblicza w prostych sytuacjach pole  powierzchni i objętość bryły obrotowej  • stosuje w prostych sytuacjach funkcje  trygonometryczne do obliczania pola  powierzchni i objętości bryły obrotowej  • wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych | • przeprowadza wnioskowania dotyczące  położenia prostych w przestrzeni  • stosuje i przekształca wzory na pola  powierzchni i objętości wielościanów  • stosuje w bardziej złożonych sytuacjach  funkcje trygonometryczne i twierdzenia  planimetrii do obliczenia pola powierzchni i  objętości wielościanu  • oblicza pola przekrojów prostopadłościanów,  w tym również mając dany kąt nachylenia  płaszczyzny przekroju do jednej ze ścian  prostopadłościanu  • oblicza miarę kąta dwuściennego między  ścianami wielościanu  • stosuje w bardziej złożonych sytuacjach  funkcje trygonometryczne i twierdzenia  planimetrii do obliczenia pola powierzchni i  objętości bryły obrotowej  • wykorzystuje podobieństwo brył w  rozwiązaniach zadań  • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu  trudności dotyczące stereometrii  • przeprowadza dowody twierdzeń  dotyczących związków miarowych w  wielościanach i bryłach obrotowych |

1. PRZYKŁADY DOWODÓW W MATEMATYCE

|  |  |
| --- | --- |
| • przeprowadza proste dowody dotyczące  własności liczb  • przeprowadza proste dowody dotyczące  nierówności  • przeprowadza proste dowody dotyczące  własności figur płaskich | • przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące  własności liczb  • przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące  nierówności  • przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące  własności figur płaskich  • przeprowadza dowody wymagające wiedzy  opisanej na poziomie (W) z innych działów  (np. znajomości twierdzenia Talesa) |

Powtórzenie

Wymagania dotyczące powtarzanych wiadomości zostały opisane w propozycjach przedmiotowego systemu oceniania dla klas pierwszej i drugiej. W zakresie zaś rachunku prawdopodobieństwa, statystyki i stereometrii opisane są powyżej.

WYMAGANIA EDUKACYJNE TECHNIKUM – zakres podstawowy

KLASA 2

1 .FUNKCJE

|  |  |
| --- | --- |
| Wymagania podstawowe | Wymagania ponadpodstawowe |
| • rozpoznaje przyporządkowania będące  funkcjami  • określa funkcję różnymi sposobami (wzorem,  tabelką, wykresem, opisem słownym)  • poprawnie stosuje pojęcia związane z  pojęciem funkcji: dziedzina, zbiór wartości,  argument, wartość i wykres funkcji  • odczytuje z wykresu dziedzinę, zbiór wartości,  miejsca zerowe, najmniejszą i największą  wartość funkcji  • wyznacza dziedzinę funkcji określonej tabelą  lub opisem słownym  • wyznacza dziedzinę funkcji danej wzorem,  wymagającym jednego założenia  • oblicza miejsca zerowe funkcji danej wzorem  (w prostych przykładach)  • oblicza wartość funkcji dla różnych  argumentów na podstawie wzoru funkcji  • oblicza argument odpowiadający podanej  wartości funkcji  • sprawdza algebraicznie położenie punktu o  danych współrzędnych względem wykresu  funkcji danej wzorem  • wyznacza współrzędne punktów przecięcia  wykresu funkcji danej wzorem z osiami  układu współrzędnych  • rysuje w prostych przypadkach wykres funkcji  danej wzorem  • sporządza wykresy funkcji: na podstawie  danego wykresu funkcji  • odczytuje z wykresu wartość funkcji dla  danego argumentu oraz argument dla danej  wartości funkcji  • na podstawie wykresu funkcji określa  argumenty, dla których funkcja przyjmuje  wartości dodatnie, ujemne  • określa na podstawie wykresu przedziały  monotoniczności funkcji  • wskazuje wykresy funkcji rosnących,  malejących i stałych wśród różnych  wykresów  • stosuje funkcje i ich własności w prostych  sytuacjach praktycznych | • rozpoznaje i opisuje zależności funkcyjne w  otaczającej nas rzeczywistości  • przedstawia daną funkcję na różne sposoby  • określa dziedzinę oraz wyznacza miejsca  zerowe funkcji danej wzorem, który wymaga  kilku założeń  • na podstawie wykresu funkcji określa liczbę  rozwiązań równania f(x) = m w zależności od  wartości parametru m  • na podstawie wykresu funkcji odczytuje  zbiory rozwiązań nierówności: dla ustalonej  wartości parametru m  • odczytuje z wykresów funkcji rozwiązania  równań i nierówności typu f(x) = g(x),  f(x)<g(x), f(x)>g(x)  • szkicuje wykres funkcji spełniającej podane  warunki  • uzasadnia, że funkcja nie jest monotoniczna  w swojej dziedzinie  • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu  trudności dotyczące funkcji |

2. FUNKCJA KWADRATOWA

|  |  |
| --- | --- |
| • rysuje wykres funkcji i podaje jej własności  • sprawdza algebraicznie, czy dany punkt  należy do wykresu danej funkcji kwadratowej  • rysuje wykres funkcji kwadratowej w postaci  kanonicznej i podaje jej własności  • ustala wzór funkcji kwadratowej w postaci  kanonicznej na podstawie informacji o  przesunięciach wykresu  • przekształca wzór funkcji kwadratowej z  postaci kanonicznej do postaci ogólnej i  odwrotnie  • oblicza współrzędne wierzchołka paraboli  • znajduje brakujące współczynniki funkcji  kwadratowej, znając współrzędne punktów  należących do jej wykresu  • rozwiązuje równania kwadratowe niepełne  metodą rozkładu na czynniki oraz stosując  wzory skróconego mnożenia  • wyznacza algebraicznie współrzędne  punktów przecięcia paraboli z osiami układu  współrzędnych  • określa liczbę pierwiastków równania  kwadratowego w zależności od znaku  wyróżnika  • rozwiązuje równania kwadratowe, stosując  wzory na pierwiastki  • sprowadza funkcję kwadratową do postaci  iloczynowej, o ile można ją w tej postaci  zapisać  • odczytuje miejsca zerowe funkcji  kwadratowej z jej postaci iloczynowej  • rozwiązuje nierówności kwadratowe  • wyznacza najmniejszą i największą wartość  funkcji kwadratowej w podanym przedziale | • na podstawie wykresu określa liczbę  rozwiązań równania f(x) = m w zależności od  parametru m, gdzie  y = f(x) jest funkcją kwadratową  • rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do  wyznaczania wartości najmniejszej i  największej funkcji kwadratowej  • rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do  równań lub nierówności kwadratowych  • znajduje iloczyn, sumę i różnicę zbiorów  rozwiązań nierówności kwadratowych  • przekształca na ogólnych danych wzór funkcji  kwadratowej z postaci ogólnej do postaci  kanonicznej  • wyprowadza wzory na współrzędne  wierzchołka paraboli  • wyprowadza wzory na pierwiastki równania  kwadratowego  • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu  trudności dotyczące funkcji kwadratowej |

3.PLANIMETRIA

|  |  |
| --- | --- |
| Wymagania podstawowe | Wymagania ponadpodstawowe |
| • rozróżnia trójkąty: ostrokątne, prostokątne,  rozwartokątne  • stosuje twierdzenie o sumie miar kątów w  trójkącie  • sprawdza, czy z trzech odcinków o danych  długościach można zbudować trójkąt  • uzasadnia przystawanie trójkątów,  wykorzystując cechy przystawania  • wykorzystuje cechy przystawania trójkątów  do rozwiązywania prostych zadań  • uzasadnia podobieństwo trójkątów,  wykorzystując cechy podobieństwa  • zapisuje proporcje boków w trójkątach  podobnych  • wykorzystuje podobieństwo trójkątów do  rozwiązywania elementarnych zadań  • sprawdza, czy dane figury są podobne  • oblicza długości boków figur podobnych  • posługuje się pojęciem skali do obliczania  odległości i powierzchni przedstawionych za  pomocą planu lub mapy  • stosuje w zadaniach twierdzenie o stosunku  pól figur podobnych  • wskazuje w wielokątach odcinki  proporcjonalne  • rozwiązuje proste zadania, wykorzystując  twierdzenie Talesa  • stosuje twierdzenie Pitagorasa  • wykorzystuje wzory na przekątną kwadratu i  wysokość trójkąta równobocznego  • oblicza wartości funkcji trygonometrycznych  kąta ostrego w trójkącie prostokątnym, gdy  dane są boki tego trójkąta  • rozwiązuje trójkąty prostokątne  • stosuje w zadaniach wzór na pole trójkąta:  oraz wzór na pole trójkąta równobocznego  o boku a: | • przeprowadza dowód twierdzenia o sumie  miar kątów w trójkącie  • stosuje cechy przystawania trójkątów do  rozwiązywania trudniejszych zadań  geometrycznych  • wykorzystuje podobieństwo trójkątów do  rozwiązywania praktycznych problemów  • przeprowadza dowód twierdzenia Talesa  • stosuje twierdzenia o związkach miarowych  podczas rozwiązywania zadań, które  wymagają przeprowadzenia dowodu  • rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia  i dowodzenia z zastosowaniem twierdzenia  Talesa i twierdzenia odwrotnego do  twierdzenia Talesa  • stosuje własności podobieństwa figur  podczas rozwiązywania zadań problemowych  oraz zadań wymagających przeprowadzenia  dowodu  • stosuje własności czworokątów podczas  rozwiązywania zadań, które wymagają  przeprowadzenia dowodu  • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu  trudności dotyczące przystawania i  podobieństw figur |

1. SUMY ALGEBRAICZNE

|  |  |
| --- | --- |
| * Rozpoznaje jednomiany i sumy algebraiczne * Oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych * Redukuje wyrazy podobne w sumie algebraicznej * Dodaje , odejmuje i mnoży sumy algebraiczne * Przekształca wyrażenia algebraiczne, uwzględniając kolejność wykonywanych działań * Przekształca wyrażenia algebraiczne z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia * Stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach postaci a+b * Rozwiązuje równania kwadratowe niepełne metodą rozkładu na czynniki oraz stosując wzory skróconego mnożenia * Rozwiązuje równania kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki * Przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej * Rozwiązuje równania wyższych stopni, korzystając z definicji pierwiastka i własności iloczynu | * Rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do równań kwadratowych * Rozwiązuje równania wyższych stopni, stosując zasadę wyłączania wspólnego czynnika przed nawias * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące rozwiązywania równań wyższego stopnia * korzystając z wykresu wielomianu, podaje miejsca zerowe, zbiór argumentów, dla których wielomian przyjmuje wartości dodatnie/ujemne/niedodatnie/nieujemne * rozwiązuje zadania tekstowe z zastosowaniem wykresu lub wzoru wielomianu |

3. FUNKCJE WYMIERNE

|  |  |
| --- | --- |
| • wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne  • stosuje zależność między wielkościami  odwrotnie proporcjonalnymi do  rozwiązywania prostych zadań  • wyznacza współczynnik proporcjonalności  • podaje wzór proporcjonalności odwrotnej,  znając współrzędne punktu należącego do  wykresu  • szkicuje wykres funkcji , gdzie i podaje jej  własności (dziedzinę, zbiór wartości,  przedziały monotoniczności)  • szkicuje wykresy funkcji oraz i odczytuje jej  własności  • wyznacza asymptoty wykresu powyższych  funkcji  • dobiera wzór funkcji do jej wykresu  • wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia  wymiernego  • oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla  danej wartości zmiennej  • skraca i rozszerza proste wyrażenia  wymierne  • wykonuje działania na wyrażeniach  wymiernych (proste przypadki) i podaje  odpowiednie założenia  • rozwiązuje proste równania wymierne  • wykorzystuje wyrażenia wymierne do  rozwiązywania prostych zadań tekstowych | • rozwiązuje zadania tekstowe, stosując  proporcjonalność odwrotną  • szkicuje wykres funkcji w podanych  przedziałach   * wyznacza współczynnik a tak, aby funkcja spełniała podane warunki   • wyznacza wzory funkcji oraz spełniających  podane warunki  • wyznacza dziedzinę wyrażenia wymiernego,  korzystając z prostych równań  kwadratowych  • wykonuje działania na wyrażeniach  wymiernych i podaje odpowiednie założenia  • przekształca wzory, stosując działania na  wyrażeniach wymiernych  • rozwiązuje równania wymierne  • wykorzystuje wyrażenia wymierne do  rozwiązywania trudniejszych zadań tekstowych  • wykorzystuje wielkości odwrotnie  proporcjonalne do rozwiązywania zadań  tekstowych dotyczących prędkości  • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu  trudności dotyczące funkcji i wyrażeń  wymiernych  • przekształca wzór funkcji homograficznej do  postaci kanonicznej i szkicuje wykres funkcji  oraz podaje jej własności |

KLASA 3

1 . FUNKCJE WYKŁADNICZE I LOGARYTMY

|  |  |
| --- | --- |
| • oblicza potęgi o wykładnikach  wymiernych  • zapisuje daną liczbę w postaci potęgi  o wykładniku wymiernym  • zapisuje daną liczbę w postaci potęgi  o danej podstawie  • upraszcza wyrażenia, stosując prawa  działań na potęgach (proste  przypadki)  • porównuje liczby przedstawione w  postaci potęg (proste przypadki)  • wyznacza wartości funkcji  wykładniczej dla podanych  argumentów  • sprawdza, czy punkt należy do  wykresu funkcji wykładniczej  • wyznacza wzór funkcji wykładniczej i  szkicuje jej wykres, znając  współrzędne punktu należącego do jej  wykresu  • szkicuje wykres funkcji wykładniczej,  stosując przesunięcie o wektor i  określa jej własności  • szkicuje wykres funkcji, będący  efektem jednego przekształcenia  wykresu funkcji wykładniczej i określa  jej własności  • oblicza logarytm danej liczby  • stosuje równości wynikające z  definicji logarytmu do prostych  obliczeń  • wyznacza podstawę logarytmu lub  liczbę logarytmowaną, gdy dana jest  jego wartość  • rozwiązuje równania wykładnicze,  stosując logarytm  • oblicza logarytm iloczynu, ilorazu i  potęgi, stosując odpowiednie  twierdzenia o logarytmach | • upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań  na potęgach  • porównuje liczby przedstawione w postaci  potęg  • odczytuje rozwiązania nierówności na  postawie wykresów funkcji wykładniczych  • podaje odpowiednie założenia dla podstawy  logarytmu lub liczby logarytmowanej  • podaje przybliżoną wartość logarytmów  dziesiętnych z wykorzystaniem tablic  • stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu,  ilorazu i potęgi do uzasadnienia równości  wyrażeń  • wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i  logarytmu do rozwiązywania zadań o  kontekście praktycznym  • dowodzi twierdzenia o logarytmach  • wykorzystuje twierdzenie o zmianie  podstawy logarytmu w zadaniach  • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu  trudności dotyczące funkcji wykładniczej i  logarytmicznej |

2. CIĄGI

|  |  |
| --- | --- |
| • wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych  jest kilka jego początkowych wyrazów  • szkicuje wykres ciągu  • wyznacza wzór ogólny ciągu, mając danych  kilka jego początkowych wyrazów  • wyznacza początkowe wyrazy ciągu  określonego wzorem ogólnym lub słownie  • wyznacza, które wyrazy ciągu przyjmują daną  wartość  • podaje przykłady ciągów monotonicznych,  których wyrazy spełniają dane warunki  • uzasadnia, że dany ciąg nie jest  monotoniczny, mając dane jego kolejne  wyrazy  • wyznacza wyraz ciągu określonego wzorem  ogólnym  • podaje przykłady ciągów arytmetycznych  • wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego,  mając dany pierwszy wyraz i różnicę  • wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego,  mając dane dowolne dwa jego wyrazy  • sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny  (proste przypadki)  • wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego,  mając dane dowolne dwa jego wyrazy  • sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny  (proste przypadki)  • stosuje średnią arytmetyczną do wyznaczania  wyrazów ciągu arytmetycznego (proste  przypadki)  • określa monotoniczność ciągu  arytmetycznego i geometrycznego  • oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu  arytmetycznego i geometrycznego  • podaje przykłady ciągów geometrycznych  • wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego,  mając dany pierwszy wyraz i iloraz  • stosuje monotoniczność ciągu  geometrycznego do rozwiązywania prostych  zadań  • stosuje własności ciągu arytmetycznego lub  geometrycznego do rozwiązywania prostych  zadań  • oblicza wysokość kapitału przy różnym  okresie kapitalizacji  • oblicza oprocentowanie lokaty (proste  przypadki) | • wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego  podane warunki  • bada monotoniczność ciągów  • rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące  monotoniczności ciągu  • wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z  podanymi wartościami tworzyły ciąg  arytmetyczny lub geometryczny  •sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny  • sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny  • rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru  na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego  • rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru  na sumę wyrazów ciągu geometrycznego  • określa monotoniczność ciągu  arytmetycznego i geometrycznego  • stosuje własności ciągu arytmetycznego i  geometrycznego w zadaniach  • rozwiązuje zadania związane z kredytami  dotyczące okresu oszczędzania i wysokości  oprocentowania  • rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu  trudności dotyczące monotoniczności ciągu  • wyznacza wyrazy ciągu określonego  rekurencyjnie  • dowodzi wzór na sumę n początkowych  wyrazów ciągu arytmetycznego  • stosuje średnią geometryczną do  rozwiązywania zadań  • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu  trudności dotyczące ciągów |

3. TRYGONOMETRIA

|  |  |
| --- | --- |
| • podaje definicje funkcji trygonometrycznych  kąta ostrego w trójkącie prostokątnym  • podaje wartości funkcji trygonometrycznych  kątów 30°, 45°, 60°  • oblicza wartości funkcji trygonometrycznych  kątów ostrych w trójkącie prostokątnym  • odczytuje z tablic wartości funkcji  trygonometrycznych danego kąta ostrego  • znajduje w tablicach kąt ostry, gdy dana jest  wartość jego funkcji trygonometrycznej  • rozwiązuje trójkąty prostokątne w prostych  zadaniach  • oblicza wartości pozostałych funkcji  trygonometrycznych, mając dany sinus,  cosinus kąta  • podaje związki między funkcjami  trygonometrycznymi tego samego kąta  • stosuje zależności między funkcjami  trygonometrycznymi do upraszczania wyrażeń  zawierających funkcje trygonometryczne  • stosuje funkcje trygonometryczne do  rozwiązywania prostych zadań osadzonych w  kontekście praktycznym  • zaznacza kąt w układzie współrzędnych  • wyznacza wartości funkcji  trygonometrycznych kąta, gdy dane są  współrzędne punktu leżącego na jego  końcowym ramieniu  • określa znaki funkcji trygonometrycznych  danego kąta  • oblicza wartości funkcji trygonometrycznych  szczególnych kątów, np.: 90°, 120°, 135° | • oblicza wartości funkcji trygonometrycznych  kątów ostrych w bardziej złożonych  sytuacjach  • stosuje funkcje trygonometryczne do  rozwiązywania zadań praktycznych o  podwyższonym stopniu trudności  • rozwiązuje trójkąty prostokątne  • oblicza wartości pozostałych funkcji  trygonometrycznych, mając dany tangens  kąta  • uzasadnia związki między funkcjami  trygonometrycznymi  • rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu  trudności dotyczące funkcji  trygonometrycznych  • stosuje związek między współczynnikiem  kierunkowym a kątem nachylenia prostej do  osi OX |

4. PLANIMETRIA 2

|  |  |
| --- | --- |
| • podaje i stosuje wzory na długość okręgu,  długość łuku, pole koła i pole wycinka koła  • określa wzajemne położenie okręgów, mając  dane promienie tych okręgów oraz odległość  ich środków  • oblicza pola figur, stosując zależności między  okręgami (proste przypadki)  • określa liczbę punktów wspólnych prostej i  okręgu przy danych warunkach  • stosuje własności stycznej do okręgu do  rozwiązywania prostych zadań  • rozpoznaje kąty wpisane i środkowe w okręgu  oraz wskazuje łuki, na których są one oparte  • stosuje twierdzenie o kącie środkowym i  kącie wpisanym, opartych na tym samym łuku  (proste przypadki)  • podaje różne wzory na pole trójkąta  • oblicza pole trójkąta, dobierając odpowiedni  wzór (proste przypadki)  • rozwiązuje zadania dotyczące okręgu  wpisanego w trójkąt prostokątny lub  równoboczny  • rozwiązuje zadania związane z okręgiem  opisanym na trójkącie  • podaje wzory na pole równoległoboku,  rombu i trapezu  • wykorzystuje funkcje trygonometryczne do  wyznaczania pól czworokątów (proste  przypadki)  • oblicza odległość punktów w układzie  współrzędnych  • oblicza odwód wielokąta, mając dane  współrzędne jego wierzchołków  • stosuje wzór na odległość między punktami  do rozwiązywania prostych zadań  • wyznacza współrzędne środka odcinka, mając  dane współrzędne jego końców  • rysuje figury symetryczne w danej symetrii  osiowej  • konstruuje figury symetryczne w danej  symetrii środkowej  • określa liczbę i wskazuje osi symetrii figury  • wskazuje środek symetrii figury  • znajduje obrazy figur geometrycznych w  symetrii osiowej względem osi układu  współrzędnych  • znajduje obrazy figur geometrycznych w  symetrii środkowej względem środka układu  współrzędnych  • stosuje własności symetrii osiowej i  środkowej do rozwiązywania prostych zadań | • stosuje wzory na długość okręgu, długość  łuku okręgu, pole koła i pole wycinka koła do  obliczania pól i obwodów figur  • oblicza pole figury, stosując zależności między  okręgami  • stosuje własności stycznej do okręgu do  rozwiązywania trudniejszych zadań  • stosuje twierdzenie o kącie środkowym i  kącie wpisanym, opartych na tym samym łuku  oraz wnioski z tego twierdzenia do  rozwiązywania zadań o większym stopniu  trudności  • stosuje różne wzory na pole trójkąta i  przekształca je  • wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól  trójkątów do obliczania pól innych wielokątów  • rozwiązuje zadania związane z okręgiem  wpisanym w dowolny trójkąt i opisanym na  dowolnym trójkącie  • stosuje własności środka okręgu opisanego  na trójkącie w zadaniach z geometrii  analitycznej  • wykorzystuje funkcje trygonometryczne do  wyznaczania pól czworokątów  • stosuje wzór na odległość między punktami  oraz środek odcinka do rozwiązywania  trudniejszych zadań  • stosuje własności symetrii osiowej i  środkowej do rozwiązywania trudniejszych  zadań  • dowodzi twierdzenia dotyczące kątów w  okręgu  • dowodzi wzoru na pole trójkąta  • rozwiązuje zadania z planimetrii o znacznym  stopniu trudności  • stosuje przesunięcie figury o wektor do  rozwiązywania zadań  • podaje środek obrotu i kąt obrotu w  prostych sytuacjach  • opisuje równaniem okrąg o danym środku i  przechodzący przez dany punkt  • wyznacza środek i promień okręgu, mając  jego równanie |

KLASA 4

1. RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA

|  |  |
| --- | --- |
| • wypisuje wyniki danego doświadczenia  • stosuje w typowych sytuacjach regułę  mnożenia  • przedstawia w prostych sytuacjach drzewo  ilustrujące wyniki danego doświadczenia  • wypisuje permutacje danego zbioru  • stosuje definicję silni  • oblicza w prostych sytuacjach liczbę  permutacji danego zbioru  • oblicza w prostych sytuacjach liczbę wariacji  bez powtórzeń  • oblicza w prostych sytuacjach liczbę wariacji z  powtórzeniami  • stosuje w prostych sytuacjach regułę  dodawania do wyznaczenia liczby wyników  doświadczenia spełniających dany warunek  • określa zbiór zdarzeń elementarnych danego  doświadczenia  • określa zbiór zdarzeń elementarnych  sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu  • określa zdarzenia przeciwne, zdarzenia  niemożliwe, zdarzenia pewne i zdarzenia  wykluczające się  • podaje rozkład prawdopodobieństwa dla  rzutów kostką, monetą  • stosuje w prostych, typowych sytuacjach  klasyczną definicję prawdopodobieństwa do  obliczania prawdopodobieństw zdarzeń  losowych  • podaje rozkład prawdopodobieństwa  • oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia  przeciwnego  • stosuje w prostych sytuacjach twierdzenie o  prawdopodobieństwie sumy zdarzeń | • stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania  do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia  spełniających dany warunek  • oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę  permutacji danego zbioru  • oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę  wariacji bez powtórzeń  • oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę  wariacji z powtórzeniami  • zapisuje zdarzenia w postaci sumy, iloczynu  oraz różnicy zdarzeń  • stosuje w bardziej złożonych sytuacjach  klasyczną definicję prawdopodobieństwa do  obliczania prawdopodobieństw zdarzeń  losowych  • stosuje własności prawdopodobieństwa do  obliczania prawdopodobieństw zdarzeń  • stosuje własności prawdopodobieństwa w  dowodach twierdzeń  • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu  trudności dotyczące prawdopodobieństwa  • ilustruje doświadczenia wieloetapowe za  pomocą drzewa i na tej podstawie oblicza  prawdopodobieństwa zdarzeń |

2. STATYSTYKA

|  |  |
| --- | --- |
| • oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza  medianę i dominantę  • oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza  medianę i dominantę danych pogrupowanych  na różne sposoby  • oblicza wariancję i odchylenie standardowe  • oblicza średnią ważoną liczb z podanymi  wagami | • oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza  medianę i dominantę danych  przedstawionych na diagramie  • wykorzystuje średnią arytmetyczną, medianę,  dominantę i średnią ważoną do  rozwiązywania zadań  • oblicza wariancję i odchylenie standardowe  zestawu danych przedstawionych na różne  sposoby  • porównuje odchylenie przeciętne z  odchyleniem standardowym  • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu  trudności dotyczące statystyki |

3. STEREOMETRIA

|  |  |
| --- | --- |
| • wskazuje w wielościanie proste prostopadłe,  równoległe i skośne  • wskazuje w wielościanie rzut prostokątny  danego odcinka na daną płaszczyznę  • określa liczby ścian, wierzchołków i krawędzi  wielościanu  • wskazuje elementy charakterystyczne  wielościanu (np. wierzchołek ostrosłupa)  • oblicza pola powierzchni bocznej i całkowitej  graniastosłupa i ostrosłupa prostego  • rysuje siatkę wielościanu na podstawie jej  fragmentu  • oblicza długości przekątnych graniastosłupa  prostego  • oblicza objętości graniastosłupa i ostrosłupa  prawidłowego  • wskazuje kąt między przekątną  graniastosłupa a płaszczyzną jego podstawy  • wskazuje kąty między odcinkami w  ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy  • wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami  wielościanu  • rozwiązuje typowe zadania dotyczące kąta  między prostą a płaszczyzną  • stosuje w prostych sytuacjach funkcje  trygonometryczne do obliczania pola  powierzchni i objętości wielościanu  • wskazuje przekroje prostopadłościanu  • wskazuje elementy charakterystyczne bryły  obrotowej (np. kąt rozwarcia stożka)  • oblicza w prostych sytuacjach pole  powierzchni i objętość bryły obrotowej  • stosuje w prostych sytuacjach funkcje  trygonometryczne do obliczania pola  powierzchni i objętości bryły obrotowej  • wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych | • przeprowadza wnioskowania dotyczące  położenia prostych w przestrzeni  • stosuje i przekształca wzory na pola  powierzchni i objętości wielościanów  • stosuje w bardziej złożonych sytuacjach  funkcje trygonometryczne i twierdzenia  planimetrii do obliczenia pola powierzchni i  objętości wielościanu  • oblicza pola przekrojów prostopadłościanów,  w tym również mając dany kąt nachylenia  płaszczyzny przekroju do jednej ze ścian  prostopadłościanu  • oblicza miarę kąta dwuściennego między  ścianami wielościanu  • stosuje w bardziej złożonych sytuacjach  funkcje trygonometryczne i twierdzenia  planimetrii do obliczenia pola powierzchni i  objętości bryły obrotowej  • wykorzystuje podobieństwo brył w  rozwiązaniach zadań  • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu  trudności dotyczące stereometrii  • przeprowadza dowody twierdzeń  dotyczących związków miarowych w  wielościanach i bryłach obrotowych |

1. PRZYKŁADY DOWODÓW W MATEMATYCE

|  |  |
| --- | --- |
| • przeprowadza proste dowody dotyczące  własności liczb  • przeprowadza proste dowody dotyczące  nierówności  • przeprowadza proste dowody dotyczące  własności figur płaskich | • przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące  własności liczb  • przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące  nierówności  • przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące  własności figur płaskich  • przeprowadza dowody wymagające wiedzy  opisanej na poziomie (W) z innych działów  (np. znajomości twierdzenia Talesa) |

Powtórzenie

Wymagania dotyczące powtarzanych wiadomości zostały opisane w propozycjach przedmiotowego systemu oceniania dla klas pierwszej i drugiej. W zakresie zaś rachunku prawdopodobieństwa, statystyki i stereometrii opisane są powyżej.

**Wymagania edukacyjne dla klas liceum i technikum po gimnazjum**

**Przedmiot: Matematyka – Liceum po Gimnazjum – klasa 2**

**Zakres podstawowy i rozszerzony**

|  |  |
| --- | --- |
| **Wymagania podstawowe.**  **Uczeń:** | **Wymagania ponadpodstawowe.**  **Uczeń:** |
| |  | | --- | | **Pogrubieniem** oznaczono wymagania, które wykraczają poza podstawę programową dla zakresu podstawowego. | | |
| 1. PLANIMETRIA | |
| · podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów 30º, 45º, 60º  · odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego  · znajduje w tablicach kąt ostry, gdy zna wartość jego funkcji trygonometrycznej  · oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, mając dany sinus lub cosinus kąta  · rozróżnia czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności  · wykorzystuje w zadaniach wzory na pola czworokątów  · wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich | · przeprowadza dowód twierdzenia o sumie miar kątów w trójkącie  · stosuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania trudniejszych zadań geometrycznych  · wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania praktycznych problemów  · wyprowadza wzór na jedynkę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjami  trygonometrycznymi tego samego kąta  · przekształca wyrażenia trygonometryczne, stosując związki między funkcjami trygonometrycznymi  tego samego kąta  · oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, mając dany tangens lub cotangens kąta  · stosuje podczas rozwiązywania zadań wzór na pole trójkąta *P* = *ab* sinα  · **przeprowadza dowód twierdzenia Talesa**  **· przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa**  **· stosuje twierdzenia o związkach miarowych podczas rozwiązywania zadań, które wymagają**  **przeprowadzenia dowodu**  **· rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia z zastosowaniem twierdzenia Talesa**  **i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Talesa**  **· stosuje własności podobieństwa figur podczas rozwiązywania zadań problemowych oraz zadań**  **wymagających przeprowadzenia dowodu**  **· stosuje własności czworokątów podczas rozwiązywania zadań, które wymagają przeprowadzenia**  **dowodu**  **· rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące przystawania i podobieństw figur oraz**  **związków miarowych z zastosowaniem trygonometrii** |
| 2. GEOMETRIA ANALITYCZNA | |
| oblicza odległość punktów w układzie współrzędnych  · wyznacza współrzędne środka odcinka, mając dane współrzędne jego końców  · oblicza odległość punktu od prostej  · wyznacza środek i promień okręgu, mając jego równanie  · opisuje równaniem okrąg o danym środku i przechodzący przez dany punkt  · określa, ile punktów wspólnych mają prosta i okrąg przy danych warunkach  · oblicza pole figury stosując zależności między okręgami stycznymi w prostych przypadkach  · określa, ile punktów wspólnych mają prosta i okrąg przy danych warunkach  · opisuje koło w układzie współrzędnych  · sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu (koła)  · podaje, w prostych przypadkach, geometryczną interpretację rozwiązania układu nierówności stopnia  drugiego  · sprawdza, czy wektory mają ten sam kierunek i zwrot  · wykonuje działania na wektorach  · stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów  · stosuje działania na wektorach do podziału odcinka  · wyznacza współrzędne punktów w danej jednokładności  · wyznacza współrzędne punktów w danej symetrii osiowej lub środkowej  · rozpoznaje figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne | · stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań  · stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań dotyczących  równoległoboków  · sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu  · wyznacza wartość parametru tak, aby równanie opisywało okrąg  · stosuje równanie okręgu w zadaniach  · stosuje układy równań drugiego stopnia do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej  · stosuje działania na wektorach oraz ich interpretację geometryczną w zadaniach  · opisuje układem nierówności przedstawiony podzbiór płaszczyzny  · stosuje własności jednokładności w zadaniach  **· wyprowadza wzór na odległość punktu od prostej**  **· wykorzystuje działania na wektorach do dowodzenia twierdzeń**  **· rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej o znacznym stopniu trudności** |
| 3. WIELOMIANY | |
| |  | | --- | | · podaje przykłady wielomianów, określa ich stopień i podaje wartości ich współczynników | | · zapisuje wielomian w sposób uporządkowany | | · oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu | | · wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień | | · szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego | | · określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia | | · podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów, bez wykonywania mnożenia wielomianów | | · oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów | | · stosuje wzory na kwadrat i sześcian sumy i różnicy oraz wzór na różnicę kwadratów do wykonywania działań na wielomianach oraz do rozkładu wielomianu na czynniki | | · stosuje wzory na sumę i różnicę sześcianów | | · rozkłada wielomian na czynniki, stosując metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias | | · dzieli wielomian przez dwumian | | · sprawdza poprawność wykonanego dzielenia | | · zapisuje wielomian w postaci r | | · sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian bez wykonywania dzielenia | | · określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi lub wymiernymi wielomianu | | · sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu i wyznacza pozostałe pierwiastki | | · wyznacza pierwiastki wielomianu i podaje ich krotność, mając dany wielomian w postaci iloczynowej | | · znając stopień wielomianu i jego pierwiastek, bada, czy wielomian ma inne pierwiastki oraz określa ich krotność | | · rozwiązuje proste równania wielomianowe | | · wyznacza punkty przecięcia się wykresu wielomianu i prostej | | · szkicuje wykres wielomianu, mając daną jego postać iloczynową | | · dobiera wzór wielomianu do szkicu wykresu | | · rozwiązuje nierówności wielomianowe, korzystając ze szkicu wykresu lub wykorzystując postać iloczynową wielomianu | | · opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu i wyznacza jego dziedzinę | | · wyznacza współczynniki wielomianu, mając dane warunki  · stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów  · stosuje wzór:  · rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia  · stosuje rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach różnych typów  · analizuje i stosuje metodę podaną w przykładzie, aby rozłożyć dany wielomian na czynniki  · sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian bez wykonywania dzielenia  · wyznacza iloraz danych wielomianów  · wyznacza resztę z dzielenia wielomianu, mając określone warunki  · porównuje wielomiany  · rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych  · rozwiązuje równania i nierówności wielomianowe  · szkicuje wykres wielomianu, wyznaczając jego pierwiastki  · stosuje nierówności wielomianowe do wyznaczenia dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastka  · wykonuje działania na zbiorach określonych nierównościami wielomianowymi  · rozwiązuje zadania z parametrem  · opisuje za pomocą wielomianu objętość lub pole powierzchni bryły oraz określa dziedzinę powstałej w ten sposób funkcji  **· rozwiązuje zadania z parametrem, o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące wyznaczania reszty**  **z dzielenia wielomianu przez np. wielomian stopnia drugiego**  **· stosuje równania i nierówności wielomianowe do rozwiązywania zadań praktycznych**  **· przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących wielomianów, np. twierdzenia Bézouta, twierdzenia**  **o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianów**  **· stosuje schemat Hornera przy dzieleniu wielomianów** |
| 4. FUNKCJE WYMIERNE | |
| · wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne i stosuje taką zależność do rozwiązywania prostych  zadań  · wyznacza współczynnik proporcjonalności  · podaje wzór proporcjonalności odwrotnej, znając współrzędne punktu należącego do wykresu  · szkicuje wykres funkcji (w prostych  przypadkach także w podanym zbiorze), gdzie a 0 i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)  · przesuwa wykres funkcji , gdzie a 0 o wektor i podaje jej własności  · podaje współrzędne wektora, o jaki należy przesunąć wykres funkcji , gdzie a 0 , aby otrzymać wykres  · dobiera wzór funkcji do jej wykresu  · przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej w prostych przypadkach  · wyznacza asymptoty wykresu funkcji homograficznej  · wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego  · oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej  · skraca i rozszerza wyrażenia wymierne  · wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w prostych przypadkach i podaje odpowiednie  założenia  · rozwiązuje proste równania wymierne  · rozwiązuje, również graficznie, proste nierówności wymierne  · wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania prostych zadań tekstowych  · wyznacza ze wzoru dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej  · stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierówności  wymiernych | · rozwiązuje zadania tekstowe, stosując proporcjonalność odwrotną  · wyznacza równania osi symetrii i współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej równaniem  · przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej  · szkicuje wykresy funkcji homograficznych i określa ich własności  · wyznacza wzór funkcji homograficznej spełniającej podane warunki  · rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej  · szkicuje wykresy funkcji , gdzie jest funkcją  homograficzną i opisuje ich własności  · wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych i podaje odpowiednie założenia  · przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych  · rozwiązuje równania i nierówności wymierne  · rozwiązuje układy nierówności wymiernych  · wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań tekstowych  · rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernej  · stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych  · zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów spełniających określone warunki  **· stosuje własności hiperboli do rozwiązywania zadań**  **· stosuje funkcje wymierne do rozwiązywania zadań z parametrem o podwyższonym stopniu trudności** |
| 5. FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE | |
| · zaznacza kąt w układzie współrzędnych, wskazuje jego ramię początkowe i końcowe  · wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego  końcowym ramieniu  · określa znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta  · oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: 90°, 120°, 135°, 225°  · określa, w której ćwiartce układu współrzędnych leży końcowe ramię kąta, mając dane wartości funkcji  trygonometrycznych  · wykorzystuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań  · zamienia miarę stopniową na łukową i odwrotnie  · odczytuje okres podstawowy funkcji na podstawie jej wykresu  · szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych w danym przedziale i określa ich własności  · szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując przesunięcie o wektor i określa ich własności  · szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując symetrię względem osi układu współrzędnych  oraz symetrię względem początku układu współrzędnych i określa ich własności  · szkicuje wykresy , gdzie jest funkcją trygonometryczną  i określa ich własności  · stosuje tożsamości trygonometryczne  · dowodzi proste tożsamości trygonometryczne, podając odpowiednie założenia  · oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji sinus lub cosinus  · wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje  trygonometryczne sumy i różnicy kątów  · stosuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego  · wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem wzorów redukcyjnych  · rozwiązuje proste równania i nierówności trygonometryczne  · posługuje się tablicami lub kalkulatorem do wyznaczenia kąta, przy danej wartości funkcji  trygonometrycznej | · oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: – 90°, 315°, 1080°  · stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań  · oblicza wartości funkcji trygonometrycznych dowolnych kątów  · wyznacza kąt, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych  · szkicuje wykres funkcji okresowej  · stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości  · wykorzystuje własności funkcji trygonometrycznych do obliczenia wartości tej funkcji dla danego kąta  · szkicuje wykresy funkcji oraz , gdzie jest funkcją trygonometryczną  i określa ich własności  · na podstawie wykresów funkcji trygonometrycznych szkicuje wykresy funkcji, będące efektem  wykonania kilku operacji oraz określa ich własności  · oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji tangens lub cotangens  · stosuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego do przekształcania wyrażeń, w tym  również do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych  · stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania trudniejszych równań  i nierówności trygonometrycznych  **· wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz na funkcje kąta**  **podwojonego**  **· rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji trygonometrycznych** |
| 6. CIĄGI | |
| · wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów  · szkicuje wykres ciągu  · wyznacza wzór ogólny ciągu, mając danych kilka jego początkowych wyrazów  · wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym oraz ciągu określonego  rekurencyjnie  · wyznacza, które wyrazy ciągu przyjmują daną wartość  · podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają dane warunki  · uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny, mając dane jego kolejne wyrazy  · bada, w prostszych przypadkach, monotoniczność ciągu  · bada monotoniczność sumy i różnicy ciągów  · wyznacza wyraz ciągu określonego wzorem ogólnym  · wyznacza wzór ogólny ciągu będącego wynikiem wykonania działań na danych ciągach w prostych  przypadkach  · podaje przykłady ciągów arytmetycznych  · wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę  · wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy  · stosuje średnią arytmetyczną do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego  · sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny (proste przypadki)  · oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego  · podaje przykłady ciągów geometrycznych  · wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz  · wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy  · sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny (proste przypadki)  · oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego  · oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji  · oblicza, oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania (proste przypadki)  · bada na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę i w przypadku ciągu zbieżnego podaje jego  granicę  · bada, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od liczby o podaną wartość oraz ile jest większych  (mniejszych) od danej wartości (proste przypadki)  · podaje granicę ciągów dla oraz dla k > 0  · rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresy i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma  granicy  · oblicza, granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych (proste  przypadki)  · podaje twierdzenie o rozbieżności ciągów: dla q > 0 oraz dla k > 0  · sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny  · oblicza sumę szeregu geometrycznego w prostych przypadkach | · wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki  · bada monotoniczność ciągów  · rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu  · rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu  · bada monotoniczność iloczynu i ilorazu ciągów  · sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny  · sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny  · rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego  i geometrycznego  · wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny  i geometryczny  · stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań  · określa monotoniczność ciągu arytmetycznego i geometrycznego  · rozwiązuje zadania związane z kredytami dotyczące okresu oszczędzania i wysokości oprocentowania  · stosuje własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach  · stosuje wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego w zadaniach  · bada, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od liczby o podaną wartość oraz ile jest większych  (mniejszych) od danej wartości  · oblicza, granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych  · stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego do rozwiązywania zadań, również osadzonych  w kontekście praktycznym  **· rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności**  **monotoniczności ciągu**  **· oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o trzech ciągach** |
| 7. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY | |
| · uzasadnia w prostych przypadkach, że funkcja nie ma granicy w punkcie  · oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzeń o granicach (proste przypadki)  · oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie (proste przypadki)  · oblicza granice niewłaściwe jednostronne w punkcie i granice w punkcie (proste przypadki)  · oblicza granice funkcji w nieskończoności (proste przypadki)  · wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji (proste przypadki)  · sprawdza ciągłość nieskomplikowanych funkcji w punkcie  · oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z definicji (proste przypadki)  · stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczenia współczynnika  kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią OX  (proste przypadki)2  · korzysta ze wzorów (c)' = 0, (x)' = 1, ()' = 2x oraz ()' = do wyznaczenia funkcji pochodnej oraz  wartości pochodnej w punkcie  · stosuje pochodną do wyznaczenia prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał (proste  przypadki)  · korzysta, w prostych przypadkach, z własności pochodnej do wyznaczenia przedziałów  monotoniczności funkcji  · podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu  · wyznacza ekstrema funkcji stosując warunek konieczny istnienia ekstremum  · uzasadnia, że dana funkcja nie ma ekstremum (proste przypadki)  · wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym i stosuje do  rozwiązywania prostych zadań  · zna i stosuje schemat badania własności funkcji  · szkicuje wykres funkcji na podstawie jej własności (proste przypadki) | · uzasadnia, także na odstawie wykresu, że funkcja nie ma granicy w punkcie  · uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie  · oblicza granicę funkcji w punkcie  · oblicza granice funkcji w punkcie, stosując własności granic funkcji sinus i cosinus w punkcie  · oblicza granice w punkcie, także niewłaściwe  · stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji  w punkcie  · oblicza w granice funkcji w nieskończoności  · wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji  · sprawdza ciągłość funkcji  · wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub zbiorze  · stosuje twierdzenie o przyjmowaniu wartości pośrednich oraz twierdzenie Weierstrassa  · oblicza pochodną funkcji w punkcie  · stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczenia współczynnika  kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią OX  · uzasadnia istnienie pochodnej w punkcie  · korzysta ze wzorów dla nC \{0}i x ≠ 0 oraz dla x ≥ 0 do wyznaczenia funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie  · wyprowadza wzory na pochodną sumy i różnicy funkcji  · wyznacza przedziały monotoniczności funkcji  · uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze  · wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna  · wyznacza ekstrema funkcji stosując warunek konieczny i wystarczający istnienia ekstremum  · uzasadnia, że funkcja nie ma ekstremum  · wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym i stosuje do  rozwiązywania trudniejszych zadań w tym optymalizacyjnych  · bada własności funkcji i szkicuje jej wykres  **· wyprowadza wzory na pochodną iloczynu i ilorazu funkcji**  **· rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące rachunku różniczkowego** |
| 8. PLANIMETRIA | |
| · podaje i stosuje wzory na długość okręgu, długość łuku, pole koła i pole wycinka koła  · rozpoznaje kąty wpisane i środkowe w okręgu oraz wskazuje łuki, na których są one oparte  · stosuje, w prostych przypadkach, twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym  łuku oraz twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu  · rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny  · rozwiązuje zadania związane z okręgiem opisanym na trójkącie prostokątnym lub równoramiennym  · określa własności czworokątów i stosuje je do rozwiązywania prostych zadań  · sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg  · sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg  · stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie i wpisanym w czworokąt do rozwiązywania prostszych zadań także o kontekście praktycznym  · stosuje twierdzenie sinusów do wyznaczenia długości boku trójkąta, miary kąta lub długości promienia okręgu opisanego na trójkącie  · stosuje twierdzenie cosinusów do wyznaczenia długości boku lub miary kąta trójkąta | · stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu do rozwiązywania zadań o większym stopniu trudności  · rozwiązuje zadania związane z okręgiem wpisanym w dowolny trójkąt i opisanym na dowolnym trójkącie  · stosuje własności środka okręgu opisanego na trójkącie w zadaniach z geometrii analitycznej  · stosuje różne wzory na pole trójkąta i przekształca je  · stosuje własności czworokątów wypukłych oraz twierdzenia o okręgu opisanym na czworokącie i wpisanym w czworokąt do rozwiązywania trudniejszych zadań z planimetrii  · stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów także o kontekście praktycznym  **· dowodzi twierdzenia dotyczące kątów w okręgu**  **· dowodzi wzory na pole trójkąta**  **· dowodzi twierdzenia dotyczące okręgu wpisanego w wielokąt**  **· przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów**  **· rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące zastosowania twierdzenia sinusów i cosinusów** |

**Przedmiot: Matematyka – Liceum po Gimnazjum – klasa 3**

**Zakres podstawowy i rozszerzony**

|  |  |
| --- | --- |
| **Wymagania podstawowe.**  **Uczeń:** | **Wymagania ponadpodstawowe.**  **Uczeń:** |
| |  | | --- | | **Pogrubieniem** oznaczono wymagania, które wykraczają poza podstawę programową dla zakresu podstawowego. | | |
| 1. RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA | |
| · wypisuje wyniki danego doświadczenia  · stosuje w typowych sytuacjach regułę mnożenia  · przedstawia w prostych sytuacjach drzewo ilustrujące wyniki danego doświadczenia  · wypisuje permutacje danego zbioru  · stosuje definicję silni  · oblicza w prostych sytuacjach liczbę permutacji danego zbioru  · oblicza w prostych sytuacjach liczbę wariacji bez powtórzeń  · oblicza w prostych sytuacjach liczbę wariacji z powtórzeniami  · oblicza wartość symbolu Newtona  · oblicza w prostych sytuacjach liczbę kombinacji  · stosuje w prostych sytuacjach regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek  · określa zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia  · określa zbiór zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu  · określa zdarzenia przeciwne, zdarzenia niemożliwe, zdarzenia pewne i zdarzenia wykluczające się  · stosuje w prostych, typowych sytuacjach klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych  · podaje rozkład prawdopodobieństwa  · oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego  · stosuje w prostych sytuacjach twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń  · określa iloczyn zdarzeń  · oblicza w prostych sytuacjach prawdopodobieństwo warunkowe  · oblicza w prostych sytuacjach prawdopodobieństwo całkowite  · ilustruje doświadczenie wieloetapowe za pomocą drzewa | · stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek  · oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę permutacji danego zbioru  · oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę wariacji bez powtórzeń  · oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę wariacji z powtórzeniami  · oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę kombinacji  · rozwiązuje równania i nierówności, w których występuje symbol Newtona  · zapisuje zdarzenia w postaci sumy, iloczynu oraz różnicy zdarzeń  · stosuje w bardziej złożonych sytuacjach klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych  · stosuje w bardziej złożonych sytuacjach twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń  · stosuje własności prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń  · stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń  · oblicza w bardziej złożonych sytuacjach prawdopodobieństwo warunkowe  · oblicza w bardziej złożonych sytuacjach prawdopodobieństwo całkowite  · ilustruje doświadczenia wieloetapowe za pomocą drzewa i na tej podstawie oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń  **· wykorzystuje wzór dwumianowy Newtona do rozwinięcia wyrażeń postaci i wyznaczania współczynników wielomianów**  **· uzasadnia zależności, w których występuje symbol Newtona**  **· rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące prawdopodobieństwa**  **· rozwiązuje zadania dotyczące niezależności zdarzeń**  **· stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń** |
| 2. STATYSTYKA | |
| · oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę  · oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych na diagramie  · oblicza wariancję i odchylenie standardowe  · oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami | · oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych pogrupowanych na różne sposoby  · wykorzystuje średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną do rozwiązywania zadań  · oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych na różne sposoby  **· porównuje odchylenie przeciętne z odchyleniem standardowym**  **· rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki** |
| 3. FUNKCJE WYKŁADNICZE I LOGARYTMY | |
| · oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych  · zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym  · zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie  · upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w prostych przypadkach  · porównuje liczby przedstawione w postaci potęg  · szkicuje wykres funkcji wykładniczej i określa jej własności  · oblicza logarytm danej liczby  · podaje założenia i zapisuje wyrażenia zawierające logarytmy w prostszej postaci  · stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń  · wyznacza dziedzinę funkcji logarytmicznej  · szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności  · wyznacza wzór funkcji wykładniczej lub logarytmicznej na podstawie współrzędnych punktu należącego do wykresu tej funkcji oraz szkicuje ten wykres  · szkicuje wykresy funkcji wykładniczej i logarytmicznej, stosując przesunięcie o wektor  · szkicuje wykres funkcji y = –f(x), y = f(–x), y = |f(x)|, y = f(|x|), mając dany wykres funkcji wykładniczej lub logarytmicznej y = f(x)  · stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń  z logarytmami  · stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu przy przekształcaniu wyrażeń z logarytmami | · upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w bardziej złożonych sytuacjach  · podaje przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych z wykorzystaniem tablic  · stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń  · szkicuje wykresy funkcji wykładniczej lub logarytmicznej otrzymane w wyniku złożenia kilku przekształceń  · rozwiązuje proste równania wykładnicze, korzystając z różnowartościowości funkcji wykładniczej  · rozwiązuje proste nierówności wykładnicze, korzystając z monotoniczności funkcji wykładniczej  · rozwiązuje proste równania i nierówności logarytmiczne, korzystając z własności funkcji logarytmicznej  · wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania zadań o kontekście praktycznym  · rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wykładniczej lub logarytmicznej  **· dowodzi twierdzenia o logarytmach**  **· wykorzystuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu w zadaniach na dowodzenie**  **· rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej**  **· zaznacza w układzie współrzędnych zbiór punktów płaszczyzny (x, y) spełniających podany warunek** |
| 4. STEREOMETRIA | |
| • wskazuje w wielościanie proste prostopadłe, równoległe i skośne  • wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę  • określa liczby ścian, wierzchołków i krawędzi wielościanu  • wskazuje elementy charakterystyczne wielościanu (np. wierzchołek ostrosłupa)  • oblicza pola powierzchni bocznej i całkowitej graniastosłupa i ostrosłupa prostego  • rysuje siatkę wielościanu na podstawie jej fragmentu  • oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego  • oblicza objętości graniastosłupa i ostrosłupa prawidłowego  • wskazuje kąt między przekątną graniastosłupa a płaszczyzną jego podstawy  • wskazuje kąty między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy  • wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanu  • rozwiązuje typowe zadania dotyczące kąta między prostą a płaszczyzną  • stosuje w prostych sytuacjach funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości wielościanu  • wskazuje elementy charakterystyczne bryły obrotowej (np. kąt rozwarcia stożka)  • wskazuje przekroje wielościanu i bryły obrotowej  • oblicza w prostych sytuacjach pole powierzchni i objętość bryły obrotowej  • stosuje w prostych sytuacjach funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości bryły obrotowej  • wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych | • przeprowadza wnioskowania dotyczące położenia prostych w przestrzeni  • stosuje i przekształca wzory na pola powierzchni i objętości wielościanów  • stosuje w bardziej złożonych sytuacjach funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii  do obliczenia pola powierzchni i objętości wielościanu  • oblicza pola przekrojów wielościanu  • oblicza miarę kąta dwuściennego między ścianami wielościanu oraz między ścianą wielościanu a jego przekrojem  • stosuje w bardziej złożonych sytuacjach funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii  do obliczenia pola powierzchni i objętości bryły obrotowej  • oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w kulę i opisanych na kuli  • oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w walec i opisanych na walcu  • oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w stożek i opisanych na stożku  • wykorzystuje podobieństwo brył w rozwiązaniach zadań  **• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące stereometrii**  **• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w wielościanach i bryłach obrotowych** |
| 5. PRZYKŁADY DOWODÓW W MATEMATYCE | |
| • przeprowadza proste dowody dotyczące własności liczb  • przeprowadza proste dowody dotyczące nierówności  • przeprowadza proste dowody dotyczące własności figur płaskich | • przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności liczb  • przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące nierówności  • przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności figur płaskich  **• przeprowadza dowód nie wprost** |

**6. POWTÓRZENIE**

Wymagania dotyczące powtarzanych wiadomości zostały opisane w propozycjach przedmiotowego systemu oceniania dla klas pierwszej i drugiej. W zakresie zaś rachunku prawdopodobieństwa, statystyki, funkcji wykładniczych i logarytmicznych oraz stereometrii opisane są powyżej.

**Przedmiot: Matematyka – technikum po Gimnazjum – klasa 2**

**Zakres podstawowy i rozszerzony**

|  |  |
| --- | --- |
| **Wymagania podstawowe.**  **Uczeń:** | **Wymagania ponadpodstawowe.**  **Uczeń:** |
| |  | | --- | | **Pogrubieniem** oznaczono wymagania, które wykraczają poza podstawę programową dla zakresu podstawowego. | | |
| 1. PLANIMETRIA | |
| · podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów 30º, 45º, 60º  · odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego  · znajduje w tablicach kąt ostry, gdy zna wartość jego funkcji trygonometrycznej  · oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, mając dany sinus lub cosinus kąta  · rozróżnia czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności  · wykorzystuje w zadaniach wzory na pola czworokątów  · wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich | · przeprowadza dowód twierdzenia o sumie miar kątów w trójkącie  · stosuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania trudniejszych zadań geometrycznych  · wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania praktycznych problemów  · wyprowadza wzór na jedynkę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjami  trygonometrycznymi tego samego kąta  · przekształca wyrażenia trygonometryczne, stosując związki między funkcjami trygonometrycznymi  tego samego kąta  · oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, mając dany tangens lub cotangens kąta  · stosuje podczas rozwiązywania zadań wzór na pole trójkąta *P* = *ab* sing  · **przeprowadza dowód twierdzenia Talesa**  **· przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa**  **· stosuje twierdzenia o związkach miarowych podczas rozwiązywania zadań, które wymagają**  **przeprowadzenia dowodu**  **· rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia z zastosowaniem twierdzenia Talesa**  **i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Talesa**  **· stosuje własności podobieństwa figur podczas rozwiązywania zadań problemowych oraz zadań**  **wymagających przeprowadzenia dowodu**  **· stosuje własności czworokątów podczas rozwiązywania zadań, które wymagają przeprowadzenia**  **dowodu**  **· rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące przystawania i podobieństw figur oraz**  **związków miarowych z zastosowaniem trygonometrii** |
| 2. GEOMETRIA ANALITYCZNA | |
| oblicza odległość punktów w układzie współrzędnych  · wyznacza współrzędne środka odcinka, mając dane współrzędne jego końców  · oblicza odległość punktu od prostej  · wyznacza środek i promień okręgu, mając jego równanie  · opisuje równaniem okrąg o danym środku i przechodzący przez dany punkt  · określa, ile punktów wspólnych mają prosta i okrąg przy danych warunkach  · oblicza pole figury stosując zależności między okręgami stycznymi w prostych przypadkach  · określa, ile punktów wspólnych mają prosta i okrąg przy danych warunkach  · opisuje koło w układzie współrzędnych  · sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu (koła)  · podaje, w prostych przypadkach, geometryczną interpretację rozwiązania układu nierówności stopnia  drugiego  · sprawdza, czy wektory mają ten sam kierunek i zwrot  · wykonuje działania na wektorach  · stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów  · stosuje działania na wektorach do podziału odcinka  · wyznacza współrzędne punktów w danej jednokładności  · wyznacza współrzędne punktów w danej symetrii osiowej lub środkowej  · rozpoznaje figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne | · stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań  · stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań dotyczących  równoległoboków  · sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu  · wyznacza wartość parametru tak, aby równanie opisywało okrąg  · stosuje równanie okręgu w zadaniach  · stosuje układy równań drugiego stopnia do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej  · stosuje działania na wektorach oraz ich interpretację geometryczną w zadaniach  · opisuje układem nierówności przedstawiony podzbiór płaszczyzny  · stosuje własności jednokładności w zadaniach  **· wyprowadza wzór na odległość punktu od prostej**  **· wykorzystuje działania na wektorach do dowodzenia twierdzeń**  **· rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej o znacznym stopniu trudności** |
| 3. WIELOMIANY | |
| |  | | --- | | · podaje przykłady wielomianów, określa ich stopień i podaje wartości ich współczynników | | · zapisuje wielomian w sposób uporządkowany | | · oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu | | · wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień | | · szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego | | · określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia | | · podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów, bez wykonywania mnożenia wielomianów | | · oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów | | · stosuje wzory na kwadrat i sześcian sumy i różnicy oraz wzór na różnicę kwadratów do wykonywania działań na wielomianach oraz do rozkładu wielomianu na czynniki | | · stosuje wzory na sumę i różnicę sześcianów | | · rozkłada wielomian na czynniki, stosując metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias | | · dzieli wielomian przez dwumian | | · sprawdza poprawność wykonanego dzielenia | | · zapisuje wielomian w postaci r | | · sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian bez wykonywania dzielenia | | · określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi lub wymiernymi wielomianu | | · sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu i wyznacza pozostałe pierwiastki | | · wyznacza pierwiastki wielomianu i podaje ich krotność, mając dany wielomian w postaci iloczynowej | | · znając stopień wielomianu i jego pierwiastek, bada, czy wielomian ma inne pierwiastki oraz określa ich krotność | | · rozwiązuje proste równania wielomianowe | | · wyznacza punkty przecięcia się wykresu wielomianu i prostej | | · szkicuje wykres wielomianu, mając daną jego postać iloczynową | | · dobiera wzór wielomianu do szkicu wykresu | | · rozwiązuje nierówności wielomianowe, korzystając ze szkicu wykresu lub wykorzystując postać iloczynową wielomianu | | · opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu i wyznacza jego dziedzinę | | · wyznacza współczynniki wielomianu, mając dane warunki  · stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów  · stosuje wzór:  · rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia  · stosuje rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach różnych typów  · analizuje i stosuje metodę podaną w przykładzie, aby rozłożyć dany wielomian na czynniki  · sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian bez wykonywania dzielenia  · wyznacza iloraz danych wielomianów  · wyznacza resztę z dzielenia wielomianu, mając określone warunki  · porównuje wielomiany  · rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych  · rozwiązuje równania i nierówności wielomianowe  · szkicuje wykres wielomianu, wyznaczając jego pierwiastki  · stosuje nierówności wielomianowe do wyznaczenia dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastka  · wykonuje działania na zbiorach określonych nierównościami wielomianowymi  · rozwiązuje zadania z parametrem  · opisuje za pomocą wielomianu objętość lub pole powierzchni bryły oraz określa dziedzinę powstałej w ten sposób funkcji  **· rozwiązuje zadania z parametrem, o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące wyznaczania reszty**  **z dzielenia wielomianu przez np. wielomian stopnia drugiego**  **· stosuje równania i nierówności wielomianowe do rozwiązywania zadań praktycznych**  **· przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących wielomianów, np. twierdzenia Bézouta, twierdzenia**  **o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianów**  **· stosuje schemat Hornera przy dzieleniu wielomianów** |
| 4. FUNKCJE WYMIERNE | |
| · wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne i stosuje taką zależność do rozwiązywania prostych  zadań  · wyznacza współczynnik proporcjonalności  · podaje wzór proporcjonalności odwrotnej, znając współrzędne punktu należącego do wykresu  · szkicuje wykres funkcji (w prostych  przypadkach także w podanym zbiorze), gdzie a 0 i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)  · przesuwa wykres funkcji , gdzie a 0 o wektor i podaje jej własności  · podaje współrzędne wektora, o jaki należy przesunąć wykres funkcji , gdzie a 0 , aby otrzymać wykres  · dobiera wzór funkcji do jej wykresu  · przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej w prostych przypadkach  · wyznacza asymptoty wykresu funkcji homograficznej  · wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego  · oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej  · skraca i rozszerza wyrażenia wymierne  · wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w prostych przypadkach i podaje odpowiednie  założenia  · rozwiązuje proste równania wymierne  · rozwiązuje, również graficznie, proste nierówności wymierne  · wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania prostych zadań tekstowych  · wyznacza ze wzoru dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej  · stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierówności  wymiernych | · rozwiązuje zadania tekstowe, stosując proporcjonalność odwrotną  · wyznacza równania osi symetrii i współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej równaniem  · przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej  · szkicuje wykresy funkcji homograficznych i określa ich własności  · wyznacza wzór funkcji homograficznej spełniającej podane warunki  · rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej  · szkicuje wykresy funkcji , gdzie jest funkcją  homograficzną i opisuje ich własności  · wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych i podaje odpowiednie założenia  · przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych  · rozwiązuje równania i nierówności wymierne  · rozwiązuje układy nierówności wymiernych  · wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań tekstowych  · rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernej  · stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych  · zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów spełniających określone warunki  **· stosuje własności hiperboli do rozwiązywania zadań**  **· stosuje funkcje wymierne do rozwiązywania zadań z parametrem o podwyższonym stopniu trudności** |
| 5. FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE | |
| · zaznacza kąt w układzie współrzędnych, wskazuje jego ramię początkowe i końcowe  · wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego  końcowym ramieniu  · określa znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta  · oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: 90°, 120°, 135°, 225°  · określa, w której ćwiartce układu współrzędnych leży końcowe ramię kąta, mając dane wartości funkcji  trygonometrycznych  · wykorzystuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań  · zamienia miarę stopniową na łukową i odwrotnie  · odczytuje okres podstawowy funkcji na podstawie jej wykresu  · szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych w danym przedziale i określa ich własności  · szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując przesunięcie o wektor i określa ich własności  · szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując symetrię względem osi układu współrzędnych  oraz symetrię względem początku układu współrzędnych i określa ich własności  · szkicuje wykresy , gdzie jest funkcją trygonometryczną  i określa ich własności  · stosuje tożsamości trygonometryczne  · dowodzi proste tożsamości trygonometryczne, podając odpowiednie założenia  · oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji sinus lub cosinus  · wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje  trygonometryczne sumy i różnicy kątów  · stosuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego  · wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem wzorów redukcyjnych  · rozwiązuje proste równania i nierówności trygonometryczne  · posługuje się tablicami lub kalkulatorem do wyznaczenia kąta, przy danej wartości funkcji  trygonometrycznej | · oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: – 90°, 315°, 1080°  · stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań  · oblicza wartości funkcji trygonometrycznych dowolnych kątów  · wyznacza kąt, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych  · szkicuje wykres funkcji okresowej  · stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości  · wykorzystuje własności funkcji trygonometrycznych do obliczenia wartości tej funkcji dla danego kąta  · szkicuje wykresy funkcji oraz , gdzie jest funkcją trygonometryczną  i określa ich własności  · na podstawie wykresów funkcji trygonometrycznych szkicuje wykresy funkcji, będące efektem  wykonania kilku operacji oraz określa ich własności  · oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji tangens lub cotangens  · stosuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego do przekształcania wyrażeń, w tym  również do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych  · stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania trudniejszych równań  i nierówności trygonometrycznych  **· wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz na funkcje kąta**  **podwojonego**  **· rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji trygonometrycznych** |

**Przedmiot: Matematyka – technikum po Gimnazjum – klasa 3**

**Zakres podstawowy i rozszerzony**

|  |  |
| --- | --- |
| **Wymagania podstawowe.**  **Uczeń:** | **Wymagania ponadpodstawowe.**  **Uczeń:** |
| |  | | --- | | **Pogrubieniem** oznaczono wymagania, które wykraczają poza podstawę programową dla zakresu podstawowego. | | |
| 1. CIĄGI | |
| · wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów  · szkicuje wykres ciągu  · wyznacza wzór ogólny ciągu, mając danych kilka jego początkowych wyrazów  · wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym oraz ciągu określonego  rekurencyjnie  · wyznacza, które wyrazy ciągu przyjmują daną wartość  · podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają dane warunki  · uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny, mając dane jego kolejne wyrazy  · bada, w prostszych przypadkach, monotoniczność ciągu  · bada monotoniczność sumy i różnicy ciągów  · wyznacza wyraz ciągu określonego wzorem ogólnym  · wyznacza wzór ogólny ciągu będącego wynikiem wykonania działań na danych ciągach w prostych  przypadkach  · podaje przykłady ciągów arytmetycznych  · wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę  · wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy  · stosuje średnią arytmetyczną do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego  · sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny (proste przypadki)  · oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego  · podaje przykłady ciągów geometrycznych  · wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz  · wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy  · sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny (proste przypadki)  · oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego  · oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji  · oblicza, oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania (proste przypadki)  · bada na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę i w przypadku ciągu zbieżnego podaje jego  granicę  · bada, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od liczby o podaną wartość oraz ile jest większych  (mniejszych) od danej wartości (proste przypadki)  · podaje granicę ciągów dla oraz dla k > 0  · rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresy i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma  granicy  · oblicza, granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych (proste  przypadki)  · podaje twierdzenie o rozbieżności ciągów: dla q > 0 oraz dla k > 0  · sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny  · oblicza sumę szeregu geometrycznego w prostych przypadkach | · wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki  · bada monotoniczność ciągów  · rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu  · rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu  · bada monotoniczność iloczynu i ilorazu ciągów  · sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny  · sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny  · rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego  i geometrycznego  · wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny  i geometryczny  · stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań  · określa monotoniczność ciągu arytmetycznego i geometrycznego  · rozwiązuje zadania związane z kredytami dotyczące okresu oszczędzania i wysokości oprocentowania  · stosuje własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach  · stosuje wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego w zadaniach  · bada, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od liczby o podaną wartość oraz ile jest większych  (mniejszych) od danej wartości  · oblicza, granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych  · stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego do rozwiązywania zadań, również osadzonych  w kontekście praktycznym  **· rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności**  **monotoniczności ciągu**  **· oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o trzech ciągach** |
| 2. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY | |
| · uzasadnia w prostych przypadkach, że funkcja nie ma granicy w punkcie  · oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzeń o granicach (proste przypadki)  · oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie (proste przypadki)  · oblicza granice niewłaściwe jednostronne w punkcie i granice w punkcie (proste przypadki)  · oblicza granice funkcji w nieskończoności (proste przypadki)  · wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji (proste przypadki)  · sprawdza ciągłość nieskomplikowanych funkcji w punkcie  · oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z definicji (proste przypadki)  · stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczenia współczynnika  kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią OX  (proste przypadki)2  · korzysta ze wzorów (c)' = 0, (x)' = 1, ()' = 2x oraz ()' = do wyznaczenia funkcji pochodnej oraz  wartości pochodnej w punkcie  · stosuje pochodną do wyznaczenia prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał (proste  przypadki)  · korzysta, w prostych przypadkach, z własności pochodnej do wyznaczenia przedziałów  monotoniczności funkcji  · podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu  · wyznacza ekstrema funkcji stosując warunek konieczny istnienia ekstremum  · uzasadnia, że dana funkcja nie ma ekstremum (proste przypadki)  · wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym i stosuje do  rozwiązywania prostych zadań  · zna i stosuje schemat badania własności funkcji  · szkicuje wykres funkcji na podstawie jej własności (proste przypadki) | · uzasadnia, także na odstawie wykresu, że funkcja nie ma granicy w punkcie  · uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie  · oblicza granicę funkcji w punkcie  · oblicza granice funkcji w punkcie, stosując własności granic funkcji sinus i cosinus w punkcie  · oblicza granice w punkcie, także niewłaściwe  · stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji  w punkcie  · oblicza w granice funkcji w nieskończoności  · wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji  · sprawdza ciągłość funkcji  · wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub zbiorze  · stosuje twierdzenie o przyjmowaniu wartości pośrednich oraz twierdzenie Weierstrassa  · oblicza pochodną funkcji w punkcie  · stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczenia współczynnika  kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią OX  · uzasadnia istnienie pochodnej w punkcie  · korzysta ze wzorów dla nC \{0}i x ≠ 0 oraz dla x ≥ 0 do wyznaczenia funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie  · wyprowadza wzory na pochodną sumy i różnicy funkcji  · wyznacza przedziały monotoniczności funkcji  · uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze  · wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna  · wyznacza ekstrema funkcji stosując warunek konieczny i wystarczający istnienia ekstremum  · uzasadnia, że funkcja nie ma ekstremum  · wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym i stosuje do  rozwiązywania trudniejszych zadań w tym optymalizacyjnych  · bada własności funkcji i szkicuje jej wykres  **· wyprowadza wzory na pochodną iloczynu i ilorazu funkcji**  **· rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące rachunku różniczkowego** |
| 3. PLANIMETRIA | |
| · podaje i stosuje wzory na długość okręgu, długość łuku, pole koła i pole wycinka koła  · rozpoznaje kąty wpisane i środkowe w okręgu oraz wskazuje łuki, na których są one oparte  · stosuje, w prostych przypadkach, twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym  łuku oraz twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu  · rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny  · rozwiązuje zadania związane z okręgiem opisanym na trójkącie prostokątnym lub równoramiennym  · określa własności czworokątów i stosuje je do rozwiązywania prostych zadań  · sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg  · sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg  · stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie i wpisanym w czworokąt do rozwiązywania prostszych zadań także o kontekście praktycznym  · stosuje twierdzenie sinusów do wyznaczenia długości boku trójkąta, miary kąta lub długości promienia okręgu opisanego na trójkącie  · stosuje twierdzenie cosinusów do wyznaczenia długości boku lub miary kąta trójkąta | · stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu do rozwiązywania zadań o większym stopniu trudności  · rozwiązuje zadania związane z okręgiem wpisanym w dowolny trójkąt i opisanym na dowolnym trójkącie  · stosuje własności środka okręgu opisanego na trójkącie w zadaniach z geometrii analitycznej  · stosuje różne wzory na pole trójkąta i przekształca je  · stosuje własności czworokątów wypukłych oraz twierdzenia o okręgu opisanym na czworokącie i wpisanym w czworokąt do rozwiązywania trudniejszych zadań z planimetrii  · stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów także o kontekście praktycznym  **· dowodzi twierdzenia dotyczące kątów w okręgu**  **· dowodzi wzory na pole trójkąta**  **· dowodzi twierdzenia dotyczące okręgu wpisanego w wielokąt**  **· przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów**  **· rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące zastosowania twierdzenia sinusów i cosinusów** |
| 4. FUNKCJE WYKŁADNICZE I LOGARYTMY | |
| · oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych  · zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym  · zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie  · upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w prostych przypadkach  · porównuje liczby przedstawione w postaci potęg  · szkicuje wykres funkcji wykładniczej i określa jej własności  · oblicza logarytm danej liczby  · podaje założenia i zapisuje wyrażenia zawierające logarytmy w prostszej postaci  · stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń  · wyznacza dziedzinę funkcji logarytmicznej  · szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności  · wyznacza wzór funkcji wykładniczej lub logarytmicznej na podstawie współrzędnych punktu należącego do wykresu tej funkcji oraz szkicuje ten wykres  · szkicuje wykresy funkcji wykładniczej i logarytmicznej, stosując przesunięcie o wektor  · szkicuje wykres funkcji y = –f(x), y = f(–x), y = |f(x)|, y = f(|x|), mając dany wykres funkcji wykładniczej lub logarytmicznej y = f(x)  · stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń  z logarytmami  · stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu przy przekształcaniu wyrażeń z logarytmami | · upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w bardziej złożonych sytuacjach  · podaje przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych z wykorzystaniem tablic  · stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń  · szkicuje wykresy funkcji wykładniczej lub logarytmicznej otrzymane w wyniku złożenia kilku przekształceń  · rozwiązuje proste równania wykładnicze, korzystając z różnowartościowości funkcji wykładniczej  · rozwiązuje proste nierówności wykładnicze, korzystając z monotoniczności funkcji wykładniczej  · rozwiązuje proste równania i nierówności logarytmiczne, korzystając z własności funkcji logarytmicznej  · wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania zadań o kontekście praktycznym  · rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wykładniczej lub logarytmicznej  **· dowodzi twierdzenia o logarytmach**  **· wykorzystuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu w zadaniach na dowodzenie**  **· rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej**  **· zaznacza w układzie współrzędnych zbiór punktów płaszczyzny (x, y) spełniających podany warunek** |
| 5. RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃŚTWA | |
| · wypisuje wyniki danego doświadczenia  · stosuje w typowych sytuacjach regułę mnożenia  · przedstawia w prostych sytuacjach drzewo ilustrujące wyniki danego doświadczenia  · wypisuje permutacje danego zbioru  · stosuje definicję silni  · oblicza w prostych sytuacjach liczbę permutacji danego zbioru  · oblicza w prostych sytuacjach liczbę wariacji bez powtórzeń  · oblicza w prostych sytuacjach liczbę wariacji z powtórzeniami  · oblicza wartość symbolu Newtona  · oblicza w prostych sytuacjach liczbę kombinacji  · stosuje w prostych sytuacjach regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek  · określa zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia  · określa zbiór zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu  · określa zdarzenia przeciwne, zdarzenia niemożliwe, zdarzenia pewne i zdarzenia wykluczające się  · stosuje w prostych, typowych sytuacjach klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych  · podaje rozkład prawdopodobieństwa  · oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego  · stosuje w prostych sytuacjach twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń  · określa iloczyn zdarzeń  · oblicza w prostych sytuacjach prawdopodobieństwo warunkowe  · oblicza w prostych sytuacjach prawdopodobieństwo całkowite  · ilustruje doświadczenie wieloetapowe za pomocą drzewa | · stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek  · oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę permutacji danego zbioru  · oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę wariacji bez powtórzeń  · oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę wariacji z powtórzeniami  · oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę kombinacji  · rozwiązuje równania i nierówności, w których występuje symbol Newtona  · zapisuje zdarzenia w postaci sumy, iloczynu oraz różnicy zdarzeń  · stosuje w bardziej złożonych sytuacjach klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych  · stosuje w bardziej złożonych sytuacjach twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń  · stosuje własności prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń  · stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń  · oblicza w bardziej złożonych sytuacjach prawdopodobieństwo warunkowe  · oblicza w bardziej złożonych sytuacjach prawdopodobieństwo całkowite  · ilustruje doświadczenia wieloetapowe za pomocą drzewa i na tej podstawie oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń  **· wykorzystuje wzór dwumianowy Newtona do rozwinięcia wyrażeń postaci i wyznaczania współczynników wielomianów**  **· uzasadnia zależności, w których występuje symbol Newtona**  **· rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące prawdopodobieństwa**  **· rozwiązuje zadania dotyczące niezależności zdarzeń**  **· stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń** |
| 6. STATYSTYKA | |
| · oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę  · oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych na diagramie  · oblicza wariancję i odchylenie standardowe  · oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami | · oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych pogrupowanych na różne sposoby  · wykorzystuje średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną do rozwiązywania zadań  · oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych na różne sposoby  **· porównuje odchylenie przeciętne z odchyleniem standardowym**  **· rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki** |

**Przedmiot: Matematyka – technikum po Gimnazjum – klasa 4**

**Zakres podstawowy i rozszerzony**

|  |  |
| --- | --- |
| **Wymagania podstawowe.**  **Uczeń:** | **Wymagania ponadpodstawowe.**  **Uczeń:** |
| |  | | --- | | **Pogrubieniem** oznaczono wymagania, które wykraczają poza podstawę programową dla zakresu podstawowego. | | |
| 1. STEREOMETRIA | |
| • wskazuje w wielościanie proste prostopadłe, równoległe i skośne  • wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę  • określa liczby ścian, wierzchołków i krawędzi wielościanu  • wskazuje elementy charakterystyczne wielościanu (np. wierzchołek ostrosłupa)  • oblicza pola powierzchni bocznej i całkowitej graniastosłupa i ostrosłupa prostego  • rysuje siatkę wielościanu na podstawie jej fragmentu  • oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego  • oblicza objętości graniastosłupa i ostrosłupa prawidłowego  • wskazuje kąt między przekątną graniastosłupa a płaszczyzną jego podstawy  • wskazuje kąty między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy  • wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanu  • rozwiązuje typowe zadania dotyczące kąta między prostą a płaszczyzną  • stosuje w prostych sytuacjach funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości wielościanu  • wskazuje elementy charakterystyczne bryły obrotowej (np. kąt rozwarcia stożka)  • wskazuje przekroje wielościanu i bryły obrotowej  • oblicza w prostych sytuacjach pole powierzchni i objętość bryły obrotowej  • stosuje w prostych sytuacjach funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości bryły obrotowej  • wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych | • przeprowadza wnioskowania dotyczące położenia prostych w przestrzeni  • stosuje i przekształca wzory na pola powierzchni i objętości wielościanów  • stosuje w bardziej złożonych sytuacjach funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii  do obliczenia pola powierzchni i objętości wielościanu  • oblicza pola przekrojów wielościanu  • oblicza miarę kąta dwuściennego między ścianami wielościanu oraz między ścianą wielościanu a jego przekrojem  • stosuje w bardziej złożonych sytuacjach funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii  do obliczenia pola powierzchni i objętości bryły obrotowej  • oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w kulę i opisanych na kuli  • oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w walec i opisanych na walcu  • oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w stożek i opisanych na stożku  • wykorzystuje podobieństwo brył w rozwiązaniach zadań  **• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące stereometrii**  **• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w wielościanach i bryłach obrotowych** |
| 2. PRZYKŁADY DOWODÓW W MATEMATYCE | |
| • przeprowadza proste dowody dotyczące własności liczb  • przeprowadza proste dowody dotyczące nierówności  • przeprowadza proste dowody dotyczące własności figur płaskich | • przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności liczb  • przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące nierówności  • przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności figur płaskich  **• przeprowadza dowód nie wprost** |

**3. POWTÓRZENIE**

Wymagania dotyczące powtarzanych wiadomości zostały opisane w propozycjach przedmiotowego systemu oceniania dla klas pierwszej i drugiej. W zakresie zaś rachunku prawdopodobieństwa, statystyki, funkcji wykładniczych i logarytmicznych oraz stereometrii opisane są powyżej.